С.П. Никаноров

Об одном важном дополнении к определенному ранее[1] разнообразию типов теорий множеств

I

Необходимость в определении разнообразий типов теорий множеств вызывается очевидной потребностью теоретиков и практиков в математическом аппарате, позволяющем без существенных ограничений определять, анализировать и модифицировать предметные области, содержащие тысячи понятий, находящихся в сложных и динамичных отношениях. Таких предметных областей может быть сотни. Они образуются по принципу интеграции имеющихся теорий (например, психологии, социологии и политэкономии), по принципу дифференциации имеющихся теорий (например, фундаментальное видообразование в психологии), по принципу сочетания интеграции и дифференциации (например, глубокое видообразование синтезированных социологии и политэкономии), по принципу всеобщего синтеза одного профиля (например, всех гуманитарных дисциплин).

Но наиболее существенным является переход от исторически сложившихся теорий к единому пониманию бытия, которое основано на точном определении предельно абстрактных понятий, называемых «категориями». Поскольку понимание бытия ограничено огромным и быстро меняющимся Неизвестным, перечисление и определение категорий неизбежно относительны. Следствием является построение и использование различных вариантов набора категорий и, по существу, неограниченное определение конкретизаций каждой из них. Прямым продуктом категоризации предметных областей является уменьшение господства Неизвестного.

Итак, должен быть создан и весьма широко использован математический аппарат, ориентированный на исследования нечисловых аспектов предметных областей – кратко: «нечисловая математика». Такая математика оперирует только тремя понятиями: «элемент», «множество», «отношение». Как приближение к числовой математике к этим понятиям могут быть добавлены «число элементов множества», «число отношений между данным числом множеств» и другие.

Может показаться, что изложенное здесь имеет в виду теорию множеств Г. Кантора, созданную им в середине XIX века, но в этой теории элементы представляли геометрические точки, а множества точек являлись трансфинитными (бесконечными). С такой теорией социологией не станешь заниматься… Эту проблему видел еще Д.

[1] См. spnikanorov.ru «Элементы современной культуры мышления», сентябрь, 2011.

Гильберт в XIX веке, говоривший о «множестве быков», а в первой половине XX века А.Н. Колмогоров утверждал, что «солнце, свинья и апельсин составляют множество». Н. Бурбаки в середине XX века перевели современную им математику, представлявшую широкое разнообразие частных математических дисциплин, в грандиозное единое здание унифицированной математики. Это было сделано путем развития пришедшей от Г. Кантора «наивной» теории множеств. Принятый Н. Бурбаки вариант теории множеств, называемый им «структуры», позволил вскрыть бесконечное разнообразие теоретико-множественных выражений.

Однако, специфика предметных областей не нашла в этом гигантском достижении ни малейшего места. Теория множеств продолжала оставаться строго внутриматематической дисциплиной. Напротив, у разработчиков и пользователей концептуальных методов исследования предметных областей, еще не знакомых в 70-х годах XX века с описанной выше ситуацией с теорий множеств, не вызывали сомнений «множество строек», «множество сотрудников на стройке», «множество нормативных актов».

Критичность этих представлений концептуалистов выяснилась не в ходе теоретических и прикладных исследований с применением аппарата структур Н. Бурбаки (его концептуалисты называли «аппарат родов структур»), а при осознании в 2005 г. колоссального значения аппарата ступеней множеств и его разработки. У Н. Бурбаки введены только намётки некоторых определений (на одной странице его книги).

Поэтому была развернута исследовательская работа по определению типов теорий множеств (см. ссылку).

II

Обеспечение применимости аппарата ступеней множеств для экспликации предметных областей сильно зависит от принимаемых ограничений. Например, предметная область рассматривается как существенно статическая. Если же, наряду со статическим происходят изменения, то аппарат, который обеспечивает экспликацию статического аспекта предметной области, становится недостаточным. В качестве одной из весьма важных задач является разработка типов множеств, обеспечивающих экспликацию отношений между объектами. Рассмотрим двухместный гомогенный декартиан. Положим, что все элементы множества, на котором определен этот декартиан, имеют однозначные определения. Возьмем один элемент этого декартиана, например, a_2a_{31}. Какую предметную интерпретацию будет иметь этот элемент декартиана? Последовательность предметных имен каждого элемента пары? Если элементы множества – детали, из которых собирается изделие, то их некоторые пары означают начало и конец частного процесса сборки. Но что можно сказать о паре элементов множества, которое имеет предметную интерпретацию «сотрудник предприятия»?

Не следует ли из этого, что базисные множества шкал множеств на каждой шкале должны быть разделены на базисные множества элементов и на базисные множества видов отношений между элементами? Не означает ли это, что явное введение отношений является формой определения типа теории множеств?

Заметим также, что графы типа сети (с 1957 г., в США) имеют вершины и ориентированные дуги, а не пары вершин. В их производственной интерпретации вершины называются событиями (event), а дуги – работы (work).

К этой концепции близка также обширная работа философа Авенира Ивановича Уёмова, который еще в первых своих трудах выдвинул и широко применял фундаментальный набор категорий:

ВЕЩИ, СВОЙСТВА, ОТНОШЕНИЯ.

Он также настаивал на обязательной интенсиональной экспликации предметных областей, только после ее тщательной разработки возможен переход к экстенсиональной экспликации.

18 – 23.11.11