

П Р Е Д Л О Ж Е Н И Я
по классификации прикладных программ
(Отчет подкомиссии)

Изучение и анализ деятельности по созданию прикладных программ приводит к выводу о необходимости систематизации программ. Существующий классификатор программ позволяет различать только крупные проблемные области.

Классификация программ в узких областях может быть построена различным способом. Одним из способов является разделение программ по уровню сложности. Можно представить себе спектр программ различной сложности, начиная с небольших, но самостоятельных процедур, кончая многофункциональными программными системами.

Наши предложения прежде всего связаны с узким понятием "прикладной программы". Больше всего это понятие соответствует старому понятию стандартной или типовой программы. Будем считать, что говоря о прикладной программе можно говорить о некоторой задаче, методе, алгоритме.

Очевидно сложность прикладной программы относительна.

Она оказывается простой, если мы используем ее как часть более сложной программы. С другой стороны ее можно считать сложной, если она конструируется из более простых программ.

На сегодняшний день рано говорить о классификации очень сложных прикладных программ, ибо их мало и они уникальны.

Наиболее разумно проводить последовательную систематизацию среди программ средней сложности и среди элементарных

программ. При этом наиболее интересна в конечном счете классификация "элементов".

В некоторых узких областях сложилось представление о структуре задач, методов, алгоритмов, которые наиболее представимы в этих областях. Мнение специалистов на этот счет может служить основой для классификации прикладных программ.

Подкомиссия подготовила такие мнения по вопросам математического программирования и прикладной математической статистики, и предлагает положить их в основу классификации прикладных программ Фонда ПМО ЦЭМИ в соответствующих разделах.

Материалы подготовлены С.А. Айвазяном, К.В. Кимом, С.С. Лебедевым, У.Х. Малковым, В.А. Скоковым.

СТРУКТУРА ПРИКЛАДНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

I. РАЗДЕЛ I. Математическое программирование (шифр 5I8.5I4.22)

I.I. Линейное программирование.

По нашему мнению все разделы математического программирования (методы и задачи оптимизации) можно и нужно классифицировать по трем направлениям



В раздел "Вопросы реализации на ЭВМ" надо вынести все, что присутствует почти во всех алгоритмах и характеризует в первую очередь, программную сторону дела.

"Реализация на ЭВМ" включает, на наш взгляд, следующие аспекты:

- формы хранения информации,
- организация обмена с внешней памятью,
- устойчивость, надежность, критерии окончания счета,
- типы ЭВМ, языки программирования,
- пакетная организация, модульность,
- сервисные программы, генераторы матриц.

В данном докладе будут рассматриваться только задачи и методы линейного программирования общего характера.

Прикладные задачи ЛП, также как задачи транспортного типа, задачи маршрутизации, размещения и другие, занимают особое и весьма обширное место в теории и практике ЛП.

Поэтому мы считаем, что прикладным задачам и методам их решения необходимо посвятить самостоятельный доклад.

По задачам раздел "линейное программирование" можно классифицировать так:

А. Общая задача ЛП:

- каноническая форма общей задачи,
- задачи с двухсторонними ограничениями на переменные,
- задачи с узкоблочными ограничениями,
- задачи с переменными верхними ограничениями на переменные,
- параметрические задачи ЛП.

Б. Блочные задачи ЛП:

- блочно-диагональные с горизонтальной связывающей частью,
- блочно-диагональные с окаймлением,

- динамические (с лестничной структурой),
- задачи с вложенной блочной структурой,
- задачи с диагональными блоками специальной структуры.

По методам и алгоритмам раздел ЛП, на наш взгляд, распадается на следующие части:

А. Конечные общие методы:

- Симплекс метод,
- Алгоритм с обратной матрицей,
- Алгоритм с разложением базисной матрицы на произведение треугольной и ортогональной ($[I], [I7]$),
- мультипликативный алгоритм,
- треугольный мультипликативный алгоритм,
- компактный мультипликативный алгоритм ($[7]$),
- треугольный мультипликативный алгоритм с пересчетом треугольного разложения на итерациях ($[I0], [I7]$),
- треугольный мультипликативный алгоритм с градиентным критерием выбора ведущего столбца ($[I3], [I7]$),
- Метод сокращения невязок.

Б. Конечные блочные методы:

- Алгоритмы, основанные на симплекс методе,
- Алгоритмы с обратной матрицей ($[4], [5], [6]$),
- Блочные мультипликативные алгоритмы ($[8], [I5], [I6]$),
- Алгоритмы для задач с вложенной блочной структурой ($[4]$),

- Метод сокращения невязок (Алгоритмы одновременного решения прямой и двойственной задачи),
- Алгоритм Балаша ([19]),
- Методы декомпозиции,
- Алгоритм Данцига-Вульфа (разбиение по горизонтали) ([11]),
- Алгоритм Розена (разбиение по вертикали), ([18]),
- Алгоритмы, использующие перераспределения ресурсов,
- Двойственный метод ([3]).

В. Итеративные методы:

- Метод штрафных функций
- Методы внутренней точки
- Методы внешней точки,
- Прямые методы.
- Метод проекции градиента,
- Методы отыскания седловых точек,
- Игровые методы,
- Методы типа Брауна,
- Методы типа Неймана,
- Методы отыскания седловых точек модифицированных функций Лагранжа,
- Метод штрафных оценок ([9]),
- градиентные методы,

- Итеративные аналоги точных методов,
- аналог метода сокращения невязок ([2]).

Предложенная классификация методов и алгоритмов III не претендует на полноту и также не является строго последовательной.

В приведенной схеме не нашло отражения что часть итеративных методов имеет модификацию для блочных задач. Например, алгоритм Чурквейдзе для блочных задач является модификацией метода штрафных оценок.

Остались не выделенные среди блочных методов итеративные блочные методы, не имеющие аналога для общей задачи. Например, игровой метод двухстороннего планирования Корнай-Липтика.

Анализ приведенной классификации показывает, что наиболее исследованными и имеющими многочисленные программные реализации являются конечные общие методы. В качестве примера можно привести пакет математического программирования для ЕС ЭВМ, который является типичным коммерческим пакетом. Блочным и итеративным методам посвящено много теоретических работ, но они отстают в смысле завершенности от конечных методов и находятся в стадии экспериментального исследования. По нашему мнению эти методы должны в будущем появиться в составе программного обеспечения ЕС ЭВМ.

Литература.

1. В. Булавский. Метод ортогонализации в линейном программировании. Оптимальное планирование, 15 (1970).
2. Э.Борисова. Итеративные программы системы СИМПЛЕКС. Сб. "Программы и алгоритмы", вып.38, М., 1972, ЦЭМИ АН СССР.

3. Е. Гольштейн, Д. Юдин. Новые направления в линейном программировании. Изд-во "Советское радио", 1966.
4. Р. Звягина. Задачи линейного программирования с матрицами произвольной блочной структуры. ДАН СССР, 1971, т. 196, № 4.
5. К. Ким. Об использовании специфики условий задачи в методе улучшения плана. ЭММ том. I, вып. I, (1965).
6. Л. Кутиков. Декомпозиция блочных задач линейного программирования со слабо связанными блоками. ЭММ, 1973, т. 9, вып. 4.
7. У. Малков. Обзор путей повышения эффективности мультипликативного алгоритма симплекс метода. В сб. ж. ЭММ, 1976.
8. У. Малков, П. Ахметов. Использование специфики условий задачи в мультипликативном алгоритме, ЭММ, 1972, т. 8, вып. I.
9. Б. Поляк, Н. Третьяков. Метод штрафных оценок для задач на условный экстремум. ЖЭМ и МФ, 1973, и. 13, № I.

I.2. Нелинейное программирование.

Безусловная оптимизация.

I.2.1. Классификация задач безусловной оптимизации.

Безусловная оптимизация функций конечного числа переменных является одним из подразделов математического программирования. Задачи безусловной оптимизации естественно распадаются на классы, каждый из которых определяется видом функции. К настоящему времени можно привести следующие часто встречающиеся виды функций: квадратичная функция, однородная функция, составная функция, гладкая унимодальная функция общего вида, негладкая функция, функция с неполной информацией о своем значении или градиенте, многоэкстремальная функция.

По каждому классу функций матобеспечение ЭВМ должно содержать набор программ и алгоритмов оптимизации, потому что нельзя указать программы или алгоритма, которые были бы во всех встречающихся случаях самыми эффективными. Вследствие этого необходимо классифицировать методы и алгоритмы оптимизации с указанием области их эффективного использования. Термин "эффективность" часто используется в литературе, но обычно не определяется точно. Как правило его содержание меняется в зависимости от задачи. Укажем небольшой набор компонент, часто входящих в содержание термина "эффективность" метода (алгоритма или программы): порядок, скорость сходимости, требуемый объем памяти ЭВМ, устойчивость к погрешности,

область сходимости, задание исходной информации, точность решения, способы прерывания счета и др.

При наличии схемы классификации задач методов и алгоритмов можно указать следующий путь прохождения задачи. По виду функции определяем класс, к которому она принадлежит. Затем определяем термин "эффективность" (из приведенного набора компонент) и выбираем подходящий алгоритм. Классификация, кроме этого, указывает на недостающие методы и необходимость их разработки.

К настоящему моменту наибольший набор методов имеется для класса гладких унимодальных функций общего вида, а также для частных видов гладких функций: квадратичных, однородных, составных. Для последних трех классов функций существуют специальные методы, которые в некотором смысле являются самыми эффективными для данного класса.

Значительно слабее развиты методы оптимизации функций негладких, с неполной информацией и многоэкстремальных. Для этих функций имеется очень ограниченный набор методов, которые мы отнесем к специальным, хотя их нельзя считать эффективными.

Приведем более подробно классы функций и специальные методы их оптимизации, а в следующих параграфах — классификацию методов и алгоритмов гладкой унимодальной функции.

1.1. Квадратичная функция.

Квадратичной функцией называется функция вида

$$f(x) = \frac{1}{2} (x - x^*)^T Q (x - x^*) + f(x^*) \quad (1)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n) \in E^n$, Q - матрица $(n \times n)$,

x^* - точка оптимума $f(x)$, $f(x^*)$ - значение функции в точке оптимума. Ниже, для определенности, мы будем рассматривать задачу минимизации $f(x)$, поэтому считаем, что Q - положительно определенная матрица.

Задачу определения x^* функции вида (I) можно свести к задаче решения системы линейных уравнений

$$\nabla f(x) = 0 \quad (2)$$

методы решения которой можно найти, например, в книге Фаддеева Д.К. и Фаддеевой В.Н. [1], а алгоритмы на Алголе - в книге Уилкинсона и Райнша [2].

1.2. Однородная функция

Функция называется однородной степени " m ", если выполняется тождество

$$f(x + t(x - x^*)) = f(x^*) + t^m [f(x) - f(x^*)] \quad (3)$$

Отсюда можно определить, что

$$f(x) = \frac{1}{m} (x - x^*)^T \nabla f(x) + f(x^*) \quad (4)$$

Нетрудно заметить, что (I) есть однородная функция степени 2.

Если продифференцировать (4) и приравнять нулю градиент, то можно определить x^* :

$$x^* = x - (m-1) [\nabla^2 f(x)]^{-1} \nabla f(x) \quad (5)$$

Здесь при определении x^* требуется знание обратной матрицы

вторых производных. В 1972 г. был впервые предложен конечный метод минимизации однородной функции без использования вторых производных, а позднее и целое семейство методов такого типа. Ссылки на эти статьи приведены в обзоре Скокова В.А. [3] .

I.3. Составная функция

Функции вида

$$f(x) = R(\varphi(x)) \quad (6)$$

называются составными. Частный вид такой функции возникает в задачах средне-квадратичного приближения:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \varphi_i^2(x) \quad (7)$$

(здесь R - квадратичный функционал).

Для минимизации (7) используются различные модификации метода Гаусса-Ньютона. Сведения об этих методах приведены в обзоре В.А.Скокова [3] .

I.4. Негладкая функция

При минимизации негладкой функции большинство методов, рассчитанные на минимизацию гладких функций, расходятся. Поэтому были предложены специальные методы, обзор которых приведен в статье Н.З.Шора [4] . Среди этих методов можно выделить три группы методов: методы обобщенного градиента, методы использующие растяжение пространства и методы сопряженных направлений.

1.5. Функция с неполной информацией о значении функции или градиента

Функции такого типа исследуются в книгах Катковника В.Я. [5], Ермольева Ю.М., [6], Растригина Л.А. [7]. Среди методов минимизации этих функций можно указать методы градиентного типа и методы случайного поиска. Однако пока нельзя указать эффективного метода минимизации функции с неполной информацией.

1.6. Многоэкстремальная функция.

Проблема отыскания глобального минимума поставлена давно. Эта задача обсуждается в книгах Катковника В.Я. [5], Растригина Л.А. [7]. Однако методы развиты еще слабо. Хотя и существуют отдельные методы глобальной оптимизации, но они либо малоэффективны (случайный поиск, метод проб), либо не очень надежны (метод тяжелого шарика, методы аппроксимации).

2. Классификация методов минимизации гладкой функции

С вычислительной точки зрения важны следующие две характеристики методов. Во-первых, порядок метода (равный наивысшему порядку производной, используемой в вычислениях), и, во-вторых, порядок аппроксимации $f'(x)$ при построении следующей итерации. От порядка аппроксимации обычно зависит скорость сходимости метода.

По порядку методы делятся на три группы: методы нулевого порядка, методы первого порядка и методы второго порядка.

Методы более высокого порядка обычно не используются из-за большой трудоемкости вычисления производных высокого порядка.

Методы нулевого порядка можно разделить на методы сечений, линейные методы и квадратичные методы.

В методах первого порядка естественно выделить линейные методы, n - шаговые квадратичные методы (среди которых методы сопряженных направлений, состоящие из методов сопряженных градиентов, проективных методов, и квазиньютоновских методов) и $(n + 1)$ -шаговые кубические методы.

Методы второго порядка составляют различные модификации (расширяющие область сходимости) метода Ньютона.

Кроме приведенных двух основных характеристик методов можно использовать такие факторы как требуемый объем памяти, область сходимости, устойчивость к погрешности и другие, которые используются и при характеристике алгоритмов (под которыми мы понимаем реализацию метода в виде программы или алгоритма на алгоритмическом языке). Эти сведения приведены в обзоре В.А.Скокова [3].

3. Классификация алгоритмов

Если просмотреть библиотеки матобеспечения ЭВМ, то по безусловной оптимизации наберется всего несколько программ, да и те не соответствуют современному уровню развития методов. В то же время по некоторым методам написаны алгоритмы и опубликованы в статьях и книгах. Например в статье Е.Н.Белова Б.Т.Поляка и В.А.Скокова [8] приведены ссылки на ряд программ

на Алголе, в книге Химмельблау [9] приведены алгоритмы на Фортране и др. Часть этих алгоритмов можно включить в библиотеки ЭВМ, при наличии определенных характеристик.

Аналогично с методами будем различать алгоритмы по порядку: алгоритмы нулевого, первого и второго порядка.

Следующие характеристики алгоритмов (определяющие его эффективность) — скорость сходимости и область сходимости — часто бывают известными из теории. Однако при реализации метода часто происходят вынужденные отклонения от теоретического метода и поэтому, как правило, проводится численное исследование алгоритмов на тестовых задачах. Поэтому необходимо иметь набор общепринятых тестовых задач, на которых и проводить проверку алгоритмов. Отметим, что при международном журнале "*Mathemathikal Programming*" создан комитет по сбору тестовых задач и алгоритмов минимизации. Такую же работу наметило проводить в СССР совещание по алгоритмам и программам (г. Звенигород, XII, 1976).

Существенной характеристикой эффективности алгоритма является требуемый объем памяти ЭВМ.

Приведенные характеристики алгоритмов являются основными. Как правило среди алгоритмов одного из трех классов (алгоритмов нулевого, первого или второго порядка) выбираются алгоритмы, которые имеют широкую область сходимости, высокую скорость сходимости и требуют малый объем памяти ЭВМ. В качестве других характеристик алгоритмов используются такие как устойчивость к погрешности вычислений, задание исходной информации, критерии прерывания счета, оценка точности решения.

Примером влияния погрешности на алгоритмы может служить реализация метода Гаусса-Ньютона. Вспомогательной задачей этого метода является задача решения системы линейных уравнений, с большим числом обусловленности. Если использовать для этой задачи прямые методы линейной алгебры без модификаций, то метод Гаусса-Ньютона часто расходится.

Для алгоритмов минимизации всегда требуется задание алгоритма вычисления функции (и производных для алгоритмов 1-го или 2-го порядка) и начального приближения. Но иногда в алгоритмах используются всякие константы, которые нужно подбирать, что вообще говоря, менее желательно.

Если алгоритм минимизации используется как подпрограмма в некоторой программе, то важное значение принимают критерии прерывания счета и оценка полученного решения.

Таким образом алгоритмы безусловной оптимизации можно пока разделить лишь на три класса по их порядку. Упорядочить внутри класса алгоритмы мы не можем. Однако для каждого алгоритма следует иметь результаты счета тестовых задач, иметь сведения об объеме требуемой памяти ЭВМ, о критериях прерывания счета и задании начальных данных. По этой информации и на основании выбранного критерия эффективности для данной задачи можно определить подходящий алгоритм.

На основании этих характеристик следует и пополнять библиотеку алгоритмов, включая новый алгоритм в том случае, если он хотя бы по одной характеристике лучше имеющихся.

Литература.

1. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., 1963.
2. Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра. М., "Машиностроение", 1976.
3. Скоков В.А. Методы и алгоритмы безусловной минимизации функций многих переменных (обзор).
Научный отчет ЦЭМИ АН СССР, 1974.
4. Шор Н.З. Обобщенные градиентные методы минимизации негладких функций и их применение к задачам математического программирования. (Обзор). Экономика и мат.методы, т.ХП, № 2, 1976, стр. 337-356.
5. Катковник В.Я. Линейные оценки и стохастические задачи оптимизации. М., "Наука", 1976.
6. Ермолов Ю.М. Методы стохастического программирования, М., "Наука", 1976.
7. Растринин Л.А. Статистические методы поиска. М., "Наука", 1968.
8. Белов Е.Н., Поляк Б.Т., Скоков В.А. Комплекс программ оптимизации. Экономика и мат.методы, т.ХШ, № 4, 1977.
9. Химмельблау . Прикладное нелинейное программирование. М., "Мир", 1975.

1.3. Целочисленное программирование

Здесь намечен подход и классификации точных методов решения общей задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП). В настоящее время их вычислительные возможности отстают от требований практики и широкое распространение получили приближенные методы [1]. Однако вычислительные возможности точных методов далеко не исчерпаны. С одной стороны, успешное решение отдельных больших задач ЦЛП в США методами Била и Смолла (модификация метода Ленд и Дойл), методами отсечений и с помощью группового подхода показывает перспективность создания и совершенствования рабочих программ по перечисленным методам. С другой стороны, представляется, что эффективность можно существенно повысить при комплексном использовании методов. Создание единой системы ЭВМ должно способствовать продвижению в этом направлении. Успех на этом пути связан с созданием единообразных гибких программ по основным методам, которые можно было бы объединить в систему и использовать комплексно, строя новые методы при различных сочетаниях основных.

Приводимая классификация может оказаться полезной при создании такой системы. В основу классификации положены различные идеи, используемые при решении общих задач ЦЛП. Методы решения специальных задач, в том числе нелинейных, здесь почти не затрагиваются. Основное внимание уделено методам ветвей и границ. Они классифицируются по нескольким характеристикам. Если построить таблицу, строками которой будут эти

характеристики, то отдельные ее позиции будут соответствовать известным методам, другие окажутся не заполненными. Для последних возможно создание нового метода. Построение некоторых из них заведомо нецелесообразно, другие могут оказаться эффективными, эффективность третьих связана с дальнейшим совершенствованием вычислительного аппарата.

Классификация не претендует на полноту. Отдельные ее части детализируются в разной степени — в соответствии с целями и известностью данного направления. Основная цель — не разделить методы, а способствовать их совместному использованию в рамках единой системы.

Задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП) заключается в максимизации (минимизации) линейной целевой функции при линейных ограничениях в форме равенств и неравенств, причем отдельно выделены условия неотрицательности переменных. Если требование целочисленности наложено только на часть переменных, — задача относится к классу частично целочисленного программирования (ЧЦЛП). Остальные — полностью целочисленные задачи (ПЦЛП). Если переменные булевы ($x_j = 0, 1$), — задача относится к булеву программированию (БЛП). Отметим, что большинство задач ПЦЛП и нелинейных сепарабельных задач сводится к БЛП, так что класс последних достаточно широк.

Методы ЦЛП образуют 2 основные группы:

- А. Методы отсечений,
- Б. Комбинаторные методы.

Особо стоит

В. Метод разбиения Бендерса ([2], § 15,2), который сводит решение задачи ЧЦЛП к серии задач ПЦЛП.

А. Методы отсечений ([2], [3]).

Они основаны на решении релаксированной задачи ЛП, т.е. задачи, получаемой из исходной отбрасыванием требований целочисленности, с последующим построением отсечений - неравенств, отсекающих нецелочисленные решения задачи ЛП и удовлетворяющих всем целочисленным допустимым решениям.

А1. Двойственные методы отсечений.

А2. Прямые методы отсечений.

Дальнейшая детализация - по решаемым задачам. Для ПЦЛП применяются I и III алгоритмы Гомори, прямые алгоритмы Юнга, Гловера и Вотякова-Бузыцкого ([4], стр.68). Для ЧЦЛП - II алгоритм Гомори. Для БЛП - алгоритм Финкельштейна).

А3. Приведение к виду, удобному для округления (Вотяков, [5]).

Унимодулярными преобразованиями релаксированная задача ЛП приводится к виду, где в нецелочисленной оптимальной точке достигается максимум x_j для всех j ("клюв"). Для такой задачи отсечениями являются округления $x_j \leq [x_j^0]$ не портящие вид задачи. На конусе такое последовательное округление быстро приводит к цели. В общем случае (многогранного множества) приходится после ряда округлений вновь приводить задачу к требуемому виду. Экспериментальная проверка этого подхода не проводилась.

Методы группы А можно использовать в рамках комбинаторных

методов для усиления оценок или решения отдельных подзадач. В задачах групповой минимизации отсечения можно применять для уменьшения величины определителя базисной матрицы.

Б. Комбинаторные методы.

Основаны на разумно организованном переборе вариантов. Существенную роль играют оценочные задачи (ОЗ). Задача $\max F(x)$ называется оценочной для $\max_{x \in S} f(x)$, если а) $S \subseteq R$, б) для всех $x \in S$ $f(x) \leq F(x)$. Нпр, релаксированная задача является оценочной для задачи ЦЛП, т.к. для нее $S \subseteq R$ и $f(x) = F(x)$.

Б1. Методы ветвей и границ (ВГ) ([1], [3]).

В основу классификации положены 2 основные и 4 вспомогательные характеристики методов ВГ.

Основные характеристики.

1. Стратегия ветвления:

- а) ветвление узла с наилучшей оценкой;
- б) ветвление последнего из построенных узлов;
- в) смешанная стратегия.

2. Применяемая оценочная задача (ОЗ):

- а) ОЗ отсутствует;
- б) задача ЛП с одним (суррогатным) ограничением

$$\left(\sum_j (\sum_i a_{ij} \lambda_i) x_j \leq \sum_i b_i \lambda_i \right);$$

- в) релаксированная задача ЛП (задаваемую ею оценку можно усилить, проведя несколько итераций по методу Гомори, [6]);
- г) задача о рюкзаке;
- д) несколько задач о рюкзаке;

е) задача групповой минимизации ([2], гл. 19);

ж) использование нескольких ОЗ в зависимости от ранга узла ветвления и близости оценки к рекорду.

В случаях г), е), оценку можно существенно усилить путем включения отброшенных условий в функцию Лагранжа и вычисления обобщенных множителей Лагранжа (ОМЛ), оптимизирующих оценку ([7]). В настоящее время методы вычисления ОМЛ слишком трудоемки, чтобы пересчитывать ОМЛ, при переходе от узла к узлу.

Методы с г), д), е) можно объединить в одну группу, характеризуемую вычислением оценки по таблицам динамического программирования (ДП).

Вспомогательные характеристики (в основном, определяют модификацию метода).

3. Способы ветвления:

а) фиксация значений переменной;

б) дихотомия ($x_j \leq [x_j^0], x_j \geq [x_j^0] + 1$);

в) ветвление по обобщенным характеристикам (нпр,

$\sum x_j = k, k = 1, 2, \dots$);

г) ветвление с фиксацией значений нескольких переменных.

4. Выбор переменной для ветвления:

а) ветвление по заранее намеченному пути (здесь особо надо выделить α) лексикографический перебор и β) перебор в порядке, обратном принятому при построении таблиц ДП);

б) ветвление по переменной с максимальной разностью верхней (для $x_j \geq [x_j^0] + 1$) и нижней (для $x_j \leq [x_j^0]$)

оценок с вычислением штрафов ([1], стр. 26);

- в) ветвление по переменной, максимально приближающей к области допустимых решений;
- г) ветвление по вероятностным характеристикам;
- д) эвристическое ветвление.

5. Метод решения ОЗ:

- а) точный;
- б) приближенный, для задачи, двойственной к оценочной.

К примеру, метод Лэнд и Дойг имеет следующие характеристики: $\{ \text{Б1, 1А, 2в, 3а, 4д, 5а} \}$, его модификация (Бил и Смолл), используемая в коммерческих программах: $\{ \text{Б1, 1в, 2в, 3б, 4б, 5а} \}$, аддитивный алгоритм Балаша: $\{ \text{Б1, 1б, 2а, 3а, 4в} \}$, метод фильтра Балаша: $\{ \text{Б1, 1а, 2б, 3г, -5а} \}$. По этой же схеме можно классифицировать методы ВГ для специальных задач. Так, метод Литтла и др. для задачи коммивояжера имеет характеристики $\{ \text{Б1, 1а, 2б, 3а, 4б, 5б} \}$.

Сравнительный анализ методов ВГ показывает, как надо совершенствовать отдельные процедуры с тем, чтобы их можно было эффективно использовать в общей схеме. Так, разработка простого метода пересчета ОМЛ при переходе к новому узлу привела бы к построению нового эффективного метода ВГ.

БП. Методы упорядоченного перебора (УП) ([8], [9]).

Перебираются решения оценочной задачи в порядке убывания (в задаче на максимум) целевой функции. Первое же решение, удовлетворяющее ограничениям исходной задачи, будет оптимальным (при $F(x) \equiv \varphi(x)$).

Классификация по виду оценочной задачи:

- 1) $\max \{ \sum c_j x_j / \sum x_j \leq k, 0 \leq x_j \leq a_j, x \text{ целые} \}$;
- 2) задача о рюкзаке;
- 3) несколько задач о рюкзаке;
- 4) задача групповой минимизации.

Для БII.3 помимо непосредственного алгоритма УП разработан алгоритм УП без повторяемости неполных вариантов [10]. Обход дерева вариантов в нем аналогичен схеме { BI, Ia, 2д, 3а, 4а, 5а }, однако за счет построения таблиц УП достигается существенная экономия памяти.

БIII. Методы полного описания

Реализуется (упорядоченный по целевой функции), перебор всех вершин многогранника допустимых решений релаксированной задачи ЛП. Тем самым, методы применимы для задач с биевыми переменными (БЛП), все решения которой являются вершинами соответствующих многогранников.

БИУ. Методы случайного поиска (примыкают к приближенным).

ИУ.1. Методы, использующие прямую задачу.

ИУ.2. Методы игровые, использующие функцию Лагранжа.

ИУ.3. Методы, сочетающие случайный поиск с локальной оптимизацией.

Среди других методов следует выделить два, применимых к широким классам специальных задач.

БУ. Метод последовательных расчетов (ПР) (для задач типа размещения).

У.1. Непосредственное применение для задач, обладающих свойством Черенина.

У.2. Для задач, не имеющих этого свойства, строится оценочная со свойствами Черенина. По методу ПР перебираются оптимальные и близкие к ним решения оценочной задачи и применяется критерий оптимальности схемы УП (комбинаторно-аппроксимационный метод Хачатурова).

БУ1. Метод динамического программирования (и примыкающий к нему метод последовательного анализа вариантов).

Многие методы упомянуты здесь без ссылок. Их описание, либо ссылку на них можно найти в приводимых ниже монографиях.

Литература.

1. Финкельштейн Ю.Ю. Приближенные методы прикладные задачи дискретного программирования. М., Наука, 1976.
2. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М., Мир, 1974.
3. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. М., Наука, 1969.
4. Исследования по дискретной оптимизации. М., Наука, 1976.
5. Вотяков А.А. Некоторые вопросы целочисленного программирования. "Экономика и мат.методы", 1968, 4, № 4.
6. Венгерова И.В., Финкельштейн Ю.Ю. Экспериментальное исследование метода отсечения и ветвления. "Экономика и мат.методы", 1974, 10, №5.
7. Лебедев С.С. Целочисленное программирование и множители Лагранжа, "Экономика и мат.методы", 1974, 10, № 3.

8. Емеличев В.А. Дискретная оптимизация. Последовательные схемы решения. I., II. "Кибернетика", 1971, I, № 6, 1972, № 2.
9. Лебедев С.С. Метод упорядоченного перебора целочисленного программирования. Сб. "I-я зимняя школа по мат. применению и смежным вопросам. Дрогобыч, вып.3", М., ЦЭМИ АН СССР, 1969.
10. Фридман Ф.А. Программы по методу упорядоченного перебора для решения задачи целочисленного программирования. "Программы и алгоритмы", вып. 60, М., ЦЭМИ АН СССР, 1969.
11. Мартош Б. Нелинейное программирование. Теория и методы. Будапешт, 1975.

П. РАЗДЕЛ П. Прикладная статистика (шифр 518.514.4)

П.1. Использование методов и моделей прикладной статистики характеризуется следующей общей логической схемой исследования. (а). В распоряжении исследователя имеется последовательность матриц исходных данных (результатов эксперимента, наблюдений, выборочных обследований)

$$X_t = (x_i^{(k)}(t))_{\substack{k=1, \rho \\ i=1, n}}, \quad t = t_1, t_2, \dots, t_n;$$

где $x_i^{(k)}(t)$ - значение k -го признака, характеризующего "состояние" i -го обследованного объекта в "момент времени" t (таким образом, с каждого из обследованных объектов "снимается" в каждый момент времени ρ показателей)^{х/}. При этом, признаки $x^{(k)}$ могут быть как количественными (измеряющими в определенной шкале степень проявления некоторого свойства объекта), так и качественными (позволяющими лишь упорядочивать объекты по степени проявления анализируемого свойства), и классификационными (позволяющими разбивать исследуемую совокупность объектов на не поддающиеся упорядочению однородные, - по анализируемому свойству, - классы). (б) Формулируется цель исследования, т.е. природа выводов, к которым должен прийти исследователь в результате обработки массива исходных данных.

х/ В частных случаях, когда исследуются статические ситуации $N = I$ и массив исходных данных задается лишь одной матрицей.

(v_1) Формулируются исходные допущения о вероятностно-статистической природе исследуемой модели или: (v_2) задается критерий, оптимизации которого должны быть подчинены алгоритмы обработки исходных данных. (г) Реализуются (как правило, с помощью ЭВМ) алгоритмы обработки исходных данных, результатом чего являются окончательные выводы, формулируемые либо в терминах оценок неизвестных параметров анализируемой модели, либо в виде ответа на вопрос о справедливости проверяемой статистической гипотезы. При этом, если исследование проводится по схеме (а)~(б)~(v_1)~(г), то оно осуществляется с помощью методов математической статистики, а его выводы сопровождаются гарантируемыми количественными оценками степени их достоверности (см. например, [1], стр. 20-29). Если же исследование проводится по схеме (а)~(б)~(v_2)~(г), то оно осуществляется средствами относительно новой дисциплины - так называемого "анализа данных" (см., например, [2] и [3]) и его выводы не претендуют на вероятностно-статистическую интерпретацию.

П.2. В ситуациях, когда решения принимаются в результате анализа существенно многомерной (имеется в виду многокомпонентность исследуемых объектов или систем) и существенно стохастической (т.е. неполной или в какой-то мере подверженной случайным искажениям) информации, особенно актуальными становятся методы многомерного статистического анализа. Однако, эффективность их прикладной реализации зависит не только от продвинутой соответствующих теоретических разработок (в

этом плане отечественная школа, бесспорно, может быть отнесена, наряду с американской, к передовым), но и от степени развитости вычислительной техники и соответствующего программного обеспечения. С сожалением приходится признать, что до самого последнего времени мы существенно отставали от ряда стран (США, Франция, Англия) в программно-прикладном аспекте этой проблемы. Однако, сейчас имеются все необходимые предпосылки не только для ликвидации этого отставания, но и для создания отечественных вариантов программного обеспечения прикладной статистики, превосходящих зарубежные, если не по уровню сервисного оформления, то, по меньшей мере, по глубине и широте соответствующих алгоритмических разработок^{х/}.

П.3. Ниже приводится тематическая структура пакета прикладных программ по статистике, в соответствии с которой предполагается проводить работы по комплектации фонда прикладного математического обеспечения ВЦ ЦЭМИ АН СССР (ЭВМ, БЭСМ-6 и ЕС-1022) по соответствующему разделу, с краткими комментариями по

^{х/} В первую очередь, за счет таких еще относительно слабо в программно-прикладном плане разработанных "нетрадиционных" (но актуальных) разделов, как "классификация многомерных наблюдений", "снижение размерности и сжатие больших массивов информации", "статистический анализ марковских систем", "статистический анализ экспертных оценок" и др. (см. ниже)

поводу степени программно-прикладной разработанности обсуждаемых подразделов у нас и за рубежом.

ПОДРАЗДЕЛ I. Статистическое исследование зависимостей. Этот подраздел является наиболее разработанным в программно-прикладном плане. Он включает в себя программные модули, реализующие современный аппарат корреляционно-регрессионного и дисперсионного анализа, а также (учитывая специфику интересов ЦЭМИ) - позволяющие осуществлять достаточно полный статистический анализ так называемых совместных систем структурных (эконометрических) уравнений. Следует упомянуть о включении в эту подсистему программ алгоритмов множественной линейной, полиномиальной, тригонометрической, нелинейной (относительно оцениваемых параметров) регрессии, анализа явления мультиколлинеарности, регрессии на главных компонентах, анализа канонических и частных корреляций. Программные выводы оснащены соответствующими точечными графиками и диаграммами. Обеспечение этого подраздела основано на минских выпусках [4] и [5], дополненных отдельными модулями из зарубежных пакетов прикладных программ [6] и [7].

ПОДРАЗДЕЛ 2. Классификация многомерных наблюдений (дискриминантный анализ, распознавание образов, кластер-анализ, таксономия). Возможности этого мощного аппарата до сих пор реализованы на ЭВМ явно недостаточно как у нас, так и за рубежом. В СССР удовлетворительное программное обеспечение имеется лишь по классификационным алгоритмам порогового параллельного типа ("ФОРЕЛЬ", "КРАБ"), - см. [5], - мало пригодным для реализации на больших массивах информации. За рубежом наибольшее распространение (и соответствующее программное обеспечение) имеют пока

лишь алгоритмы иерархического типа (см. [7]). Необходимо дополнить имеющиеся модули программной реализацией классификационных алгоритмов последовательного типа (особенно актуальных при обработке больших массивов информации, см. [1]), а также пороговыми алгоритмами классификации многомерных признаков смешанной и неколичественной природы (см. [8], [9]).

ПОДРАЗДЕЛ 3. С н и ж е н и е р а з м е р н о с т и
(отбор наиболее информативных признаков), **с ж а т и е б о л ь -**
ш и х м а с с и в о в и н ф о р м а ц и и . К имеющимся в [4] - [7] программам: "метод главных компонент", "факторный анализ", "метод случайного поиска с адаптацией" следует добавить программные модули, реализующие такие эффективные методы, определения экономной системы наиболее информативных признаков, как нелинейная модификация анализа главных компонент, метод последовательного рассмотрения отдельных компонент исследуемого векторного признака, метод экстремальной группировки признаков и др. (см. [1], стр. 184-205).

ПОДРАЗДЕЛ 4. А н а л и з в р е м е н н ы х р я д о в .
Три основных задачи анализа временных рядов, - оглаживание, разложение и прогноз, - достаточно полно обеспечены программами отечественных выпусков [4] и [5]. При необходимости они могут быть дополнены программами из "подраздела I", реализующими алгоритмы нелинейного регрессионного анализа (например, при определении трендов экспоненциального, логистического и др. типов).

ПОДРАЗДЕЛ 5. С т а т и с т и ч е с к и й а н а л и з
э к с п е р н ы х о ц е н о к . Этот подраздел обеспечен

программами относительно слабо. Имеющееся программное оснащение относящееся, в основном, к расчету и анализу всевозможных характеристик ранговой корреляции (см. [5], [7]), должно быть дополнено программами алгоритмов, реализующими такие актуальные методы, как экспертно-статистический метод построения неизвестной целевой функции (см. [1], стр. 206), методы многомерного шкалирования, методы статистического анализа упорядочений и классификаций.

ПОДРАЗДЕЛ 6. Статистический анализ марковских систем. По этому подразделу, предусматривающему прикладную эксплуатацию аппарата марковских цепей, мы не располагаем информацией о наличии какого-либо программного обеспечения. Предусматривается создание программ, реализующих алгоритмы статистического анализа матриц переходных вероятностей - их оценку, проверку гипотез об их однородности, об их структуре, их использование в задаче прогноза исследуемых показателей (см. например, [10]).

ПОДРАЗДЕЛ 7. Статистическое моделирование случайных векторов. Анализ имеющихся стандартных программ по моделированию случайных (особенно- нормальных) чисел свидетельствует об их несовершенстве. Актуальность имитационного пути исследования свойств различных процедур прикладного многомерного статистического анализа обуславливает целесообразность создания достаточно точных алгоритмов и программ по статистическому моделированию выбора k из смеси многомерных нормальных совокупностей, подчиненных

некоторым априорным условиям. Модульные элементы такой подсистемы программ созданы Н.Н.Апраушевой, Л.В.Суворовой, К.А.Ка- рапетяном.

ПОДРАЗДЕЛ 8. Статистические методы оптимизации. Речь идет об использовании вероятностно-статистической идеологии в решении задач поиска экстремума функций многих переменных. Предполагается создание подсистемы программ (модульные элементы этой подсистемы уже сделаны Н.И.Киселевым на языке "АЛГОЛ" для БЭСМ-6), реализующей различные методы стохастической аппроксимации, процедуру экспертно-статистического уточнения целевой функции в задачах с булевыми переменными, статистическую процедуру точечной и интервальной оценки экстремума функции. Информацией о наличии программного обеспечения подобного типа мы не располагаем.

ПОДРАЗДЕЛ 9. Предварительная статистическая обработка исходных данных (дескриптивная статистика). Речь идет о вычислении основных числовых характеристик распределений вероятностей исследуемых случайных величин, об анализе соответствующих полигонов частот, гистограмм, функций распределения и т.п. Достаточное программное обеспечение этого подраздела можно найти в [4] - [6]. Еще более полное и сервисное обеспечение имеется в [7].

ПОДРАЗДЕЛ 10. Вероятностно-статистические модели конкретных (социально-экономических) явлений и процессов. С течением времени в большинстве научно-исследовательских учреждений накапливается опыт разрабо-

ток (теоретико-методологических, экспериментальных и программных), связанных с математическим моделированием конкретных явлений и процессов. Характер и природа исследуемых процессов, очевидно, определяется профессиональной специализацией учреждения.

Литература.

1. Айвазян С.А., Бежаева Э.И., Староверов О.В. Классификация многомерных наблюдений. М., "Статистика", 1974.
2. Benzecri J.P.L. *l'analyse des données* Tomes, I, II, et III. Paris .. Dunod", 1973-1977.
3. Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков. М., "Статистика", 1976.
4. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып.2., Минск, 1973.
5. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып.10, Минск, 1976.
6. Пакеты прикладных программ для ДЭС АСВТ (М-4030), том IV- "Математическая статистика", М., 1975.
7. *Biometrical computer Programs* (editor - W. J. Dixon), University of California, Press, Berkeley - Los Angeles - London.
8. Didey E. *Classification automatique sequentielle pour grands tableaux* PAFRO - 19^e année, mars 1975.
9. Hartigan J.A. *Clustering Algorithms*, London, "Wiley", 1975.
10. Айвазян С.А. Статистический анализ марковских цепей, М., ЦЭМИ АН СССР, 1975.

Принципы построения и состав программного обеспечения системы моделей народнохозяйственного прогнозирования

I. Прогнозирование развития народного хозяйства — важное направление прикладных экономических исследований. Одним из элементов системы прогнозирования является программное обеспечение (ПО), позволяющее реализовать формализованные методы и модели анализа и прогноза. Оно основывается на общем математическом обеспечении (МО) используемых ЭВМ и включает три группы прикладных программ (ПП): 1) программы решения типовых общематематических задач, т.е. задач линейной алгебры, математического программирования, математической статистики и др., используемые независимо либо встраиваемые в более сложные, составные программы третьей группы; 2) вспомогательные программы, осуществляющие преобразование информации в виду, требуемому для применения других программ или для вывода результатов; 3) специализированные программы, реализующие модели анализа и прогнозирования, сформулированные в проблемно-ориентированных подсистемах народнохозяйственного прогнозирования. Группы программ упорядочены по убывающей частоте их применения вне системы народнохозяйственного прогнозирования и одновременно по убывающей стабильности их структуры в этой системе.

Характеризуемое ПО реализовано и используется в отделе народнохозяйственных прогнозов ЦОМИ АН СССР на ЭВМ второго поколения (ЭВМ БЭСМ-4 и частично БЭСМ-6) и включает, в основном, программы на АЛГОЛ, ФОРТРАНЕ и стандартные программы,

написанные в кодах и на автокодах. Начаты работы по созданию более полной системы для ЕС ЭВМ, в которой предполагается: добиться совместимости ее автономных в настоящее время частей (особенно важно создание баз данных); расширить набор типовых моделей и программ, включаемых в ПО; включить средства оперативного общения пользователя с системой и наглядного представления информации, в том числе и для непосредственного использования в коде решения некоторых задач (например, в процессе выбора выравнивающих и прогнозирующих функций, в задачах нелинейного оценивания параметров, при подборе управляющих параметров в вычислительных процессах).

II. Сравнение структуры применяемого на ЭВМ второго поколения ПО и прикладного математического обеспечения ЕС ЭВМ показало, что значительная часть программ групп I и 2 имеется в доступных пользователю библиотеках и пакетах прикладных программ (ПП) или порождается на их основе. В то же время в таких ПП отсутствуют многие задачи, решаемые с помощью ПО моделей народнохозяйственного прогнозирования, многие методы решения типовых задач и вспомогательные программы, эффективность которых проверена практически; необходимые элементы ПО рассредоточены по различным не всегда эффективно связываемым между собой ПП; в таких ПП реализованы избыточные по отношению к потребностям системы моделей народнохозяйственного прогнозирования возможности. На ЕС ЭВМ с небольшим объемом оперативной и дисковой памяти это может привести к недостаточной гибкости ПО.

В этих условиях становится целесообразной разработка

специального комплекса ПО, предназначенного для народнохозяйственного прогнозирования как предметной области применения. К такому комплексу могут быть предъявлены следующие требования общего характера: 1) комплекс должен основываться на интегрированной информационной системе (ИИС) с гибкой, изменяемой структурой и развитым ПО (типа систем управления базами данных - СУБД); 2) он должен включать взаимосвязанные и пополняемые подсистемы прикладных программ, ориентированные на решение выделенных математических классов задач; в этих подсистемах должна обеспечиваться возможность подбора вычислительного процесса (часто сложной, комбинирующей различные методы, структуры) для постоянно возникающих задач, для которых априори не ясна применимость и эффективность отдельных численных методов; 3) комплекс должен включать библиотеку и каталог уже разработанных и применяемых конкретных первичных моделей (первичная модельная среда) прогнозирования; 4) должны иметься программные средства соединения первичных моделей в конкретные системы моделей. Как показал опыт разработки народнохозяйственных прогнозов, необходимо обеспечить именно гибкое использование отдельных моделей в таких системах, связанное с изменением статуса их отдельных переменных и блоков (например, эндогенность или экзогенность, введение условий совпадения значений некоторых переменных из различных моделей и т.д.), с введением эвристически вырабатываемых изменений параметров моделей и с изменением порядка использования отдельных моделей. Такая гибкость необходима не только для построения программ нахождения решений сложных систем моделей интегрированного типа. Не менее важно, что общая структура

конкретной системы моделей индуцируется изучаемой с ее помощью общей экономической повденной прогноза при инвариантности относительно этой концепции многих включаемых в систему частных моделей; 5) поскольку комплекс должен использоваться как часть человеко-машинной системы, в которой ведущую роль будут играть исследователи-экономисты, необходимо иметь по возможности более простые и удобные для применения средства общения пользователя с системой (последняя включает собственно ЭВМ, системное МО, комплекс предметно-ориентированного ПО и собственно ИИС). Это могут быть технические средства (алфавитные и графические дисплеи, работающие в интерактивном режиме, графопостроители и т.д.), программные и языковые средства управления подсистемами ПИИ диалога.

Необходимо отметить высокую степень сложности комплекса ПО. В содержательно-экономическом смысле это связано с разнообразием и сложностью постановок задач и моделей народнохозяйственного прогнозирования, в которых должны отражаться все основные процессы и взаимодействия, реально имеющие место, обнаруживаемые и изучаемые на достаточно высоком уровне агрегирования показателей развития народного хозяйства. Сложность с точки зрения применяемого математического и программного инструментария связана с тем, что в комплексе должны в той или иной мере быть представлены все основные методы, применяемые в экономико-математическом, количественно-определенном моделировании. Наконец, это требования к комплексу как к части человеко-машинной системы, предназначенной для проведения не только расчетов по устоявшимся схемам и моделям, но и исследований с поэтапно выявляемой структурой.

В условиях отсутствия опыта разработки и эксплуатации подобных комплексов в научно-исследовательских организациях экономического профиля и у разработчиков системы моделей народнохозяйственного прогнозирования, в частности, естественным будет путь постепенного усложнения практически разрабатываемого и применяемого комплекса. На первом этапе усилия сосредотачиваются на комплектовании библиотеки основных программ первой группы, связывающих их программы из второй группы, наиболее часто применяемых программы третьей группы и на создании интегрированной информационной системы простой структуры.

III. В общих чертах состав ПО системы моделей народнохозяйственного прогнозирования характеризуется следующими группами и подгруппами программ:

I. Программы решения общематематических задач.

I.I. Программы решения задач линейной алгебры.

I.I.I. Пакет программ для выполнения действий с векторами и матрицами, управляемый проблемно-ориентированным языком.

Примером пакета может служить пакет для решения матричных задач (ПМЗ), работающий под управлением ОС ЕС; однако опытная его эксплуатация показала, что в нем не учтены в должной мере требования, характерные для задач экономического характера и, в частности, для моделей и информации народнохозяйственного прогнозирования (например, отсутствуют некоторые часто используемые операторы, недостаточно гибки возможности задания разреженных матриц, матриц специального вида, не обеспечена совместимость вводимых и выводимых данных с наиболее употребляемыми программами из других групп).

1.1.2. Комплекс программ решения задач линейной алгебры (системы линейных уравнений, собственные значения и векторы для матриц).

Основные вычислительные методы реализованы в виде многочисленных программ, включенных в различные библиотеки и программы. Необходимо соединение их в комплекс и пополнение программами, учитывающими специфику линейных моделей прогнозирования (разреженность; блочная структура; наличие блоков, для которых известны эффективные методы и приемы нахождения решений, правила генерирования отдельных элементов матриц и др.): программами специально разработанными для отдельных типовых моделей программы (например, программы итеративного агрегирования или итеративного решения систем уравнений динамических межотраслевых балансов); программами ориентированными на экспериментальное исследование сходимости, устойчивости или, в более общих терминах, применимости методов из некоторой их группы при решении отдельных задач или классов задач.

1.2. Программы нахождения решений нелинейных уравнений и систем уравнений.

1.2.1. Нелинейные алгебраические и трансцендентные уравнения.

1.2.2. Системы нелинейных уравнений и нахождение неподвижных точек отображения.

Многие модели народнохозяйственного прогнозирования, в частности, балансовые модели интегрированного типа, включающие нелинейные по переменным блоки, представляются в виде блочных систем уравнений достаточно большой размерности (свыше тысячи

уравнений, из них сотни нелинейных). Для нахождения их решений необходимо иметь набор программ, реализующих основные, как правило, итеративные алгоритмы решений нелинейных и линейных систем уравнений и применяемых в отдельном подсистемах рассматриваемой общей си темы уравнений. Необходимо иметь также гибкие средства соединения таких программ.

Имеющийся опыт решения таких систем показывает возможность использования и нетрадиционных подходов, в частности, разработанных в последние годы программ минимизации функций многих переменных, программ нахождения неподвижных точек отображения, а в ряде случаев, когда в системе выделяется (возможно, в неявном виде) подсистема двух уравнений с двумя неизвестными, программ построения таблиц значений и линий уровня функций двух переменных.

1.3. Программы решения задач математического программирования.

Такие программы, комплексы и пакеты программ хорошо известны и достаточно широко применяются. Специфические требования к ним, возникающие в системе народнохозяйственного прогнозирования, связаны, как правило, с большой размерностью и блочной структурой задач, широким полем применения задач квадратического программирования при оптимизации параметров систем линейных уравнений, при решении перераспределенных линейных систем, с необходимостью вычислений возмущенных решений при задании изменений некоторых параметров или при стохастическом их моделировании, с необходимостью находить локальные экстремумы в нелинейных задачах в условиях, когда

область допустимых решений не является точно заданной и корректируется в процессе исследования.

1.4. Программы моделирования реализаций случайных величин с заданными законами распределения вероятностей, вычисления их статистических характеристик, оценивания параметров законов распределений по статистическим данным.

1.5. Программы классификации совокупности объектов, представленных наборами признаков.

1.6. Программы построения линейных уравнений регрессии и условий прогнозов.

В такой комплексе программы выделяются программы метода наименьших квадратов (МНК), обобщенного МНК или метода максимального правдоподобия с известными или оцениваемыми ковариационными матрицами ошибок специального вида, МНК с линейными ограничениями на оцениваемые параметры, программы агрегирования уравнений регрессии и получаемых с их помощью прогнозов. Для них характерна необходимость задания многих вариантов расчетов, отличающихся выбором аргументов, видом предварительных преобразований над ними, наборами используемых статистических данных.

1.7. Программы оценивания параметров систем линейных уравнений и построение с их помощью условий прогнозов.

Постановки и методы решения таких задач изучаются в рамках прикладных экономических методов; широко известны и реализованы в виде программ многие методы (интегральные обобщения МНК, метод неподвижной точки и др.). Однако они имеют ограниченное применение из-за трудностей, связанных с большой размерностью и частичной нелинейностью практических моделей,

неустойчивостью получаемых решений к ошибкам округления и к малым вариациям исходных данных, трудностей введения ограничений и связей на оцениваемые параметры, из-за возможной неединственности решений, и т.д.

1.8. Программы оценивания параметров нелинейных моделей представленных уравнениями или системами уравнений.

В эту группу могут быть включены отдельные, слабо связанные программы, разработанные для моделей специального вида.

1.9. Программы анализа линейных зависимостей между набором данных (метод главных компонент, методы факторного анализа метод канонических корреляций, анализ мультиколлинеарности данных.)

2. Вспомогательные программы.

Классифицировать программы этой группы значительно сложнее из-за их разнообразного характера. Назовем лишь некоторые подгруппы задач, реализуемых такими программами: агрегирование, разагрегирование, интерполяция и сглаживание данных, переход к рядам приращений, темпов роста и прироста, рядам удельных весов и другим преобразованным рядам данных; подготовительные преобразования данных к требуемому способу задания, определенному программами первой группы; генерация данных, порождаемых простыми преобразованиями небольшого числа определяющих их параметров (часто используются при решении задач линейной алгебры и математического программирования в которых выделяются блоки, соответствующие различным периодам или моментам времени) или задающих варианты исходной информации, обрабатываемой по одной программе.

3. Проблемно-ориентированные программы.

Классифицируются по основным подсистемам народнохозяйственного прогнозирования, из которых наиболее обеспечены подольными анализа и прогнозирования являются:

3.1. Макроэкономические расчеты темпов и факторов экономического роста, распределения конечного продукта.

3.2. Моделирование межотраслевой структуры народного хозяйства (статические и динамические, линейные и нелинейные, балансовые и оптимизационные, детерминированные и стохастические межотраслевые модели, включая так называемые нормативные модели и модели межотраслевых взаимодействий эконометрического типа).

3.3. Уровень жизни, доходы, расходы и потребление населения.

3.4. Воспроизводство основных фондов, капитальных вложений, процесс обновления производственного аппарата.

3.5. Подсистема прогнозирования трудовых ресурсов и их использования.

В меньшей степени разработаны модели для подсистем, соответствующих комплексам взаимосвязанных отраслей, прогнозированию укрупненных индексов цен и распределению и использованию финансовых ресурсов. В первоначальной стадии работы над интегрированной системой моделей, в которой в виде взаимосвязанных блоков должны быть представлены все основные подсистемы народнохозяйственного прогнозирования.

IV. Разработка программного обеспечения системы моделей народнохозяйственного прогнозирования имеет не только узкое сугубо прикладное значение. Существенно то, что в процессе

работы смешанного коллектива специалистов будет накоплен опыт создания гибких систем подобного типа. Кроме того, предполагается наличие в качестве составных частей системы многих моделей, методов и программ, применяемых или могущих найти применение в других областях экономических исследований. Задача создания описываемой системы ПО представляется реальной в силу наличия опыта разработки более простого варианта системы у коллектива, заинтересованного в ее совершенствовании. Современные технические средства также позволяют реализовать сформулированные задачи.