АКАДЕМИЯ НАУК УССР

ОДЕССКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ИНСТИТУТА ЭКОНОМИКИ

Отчет по теме № 4631 выполненный по договору с институтом "Оргэнергострой" Минэнерго СССР

Разработка и применение методов проектирования АСУ

КНИГА 5

Теоретические и математические разработки.

Часть 4

ОТЧЕТ

о выполнении научно-исследовательской работы на тему:

"РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ БАЗОВЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ И ПРОЦЕССОВ СТРОИТЕЛЬСТВА"

Этап: "РАЗРАБОТКА ФОРМАЛЬНОГО ЯЗЫКА СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА, ОСНОВАННОГО НА КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ СХЕМЕ ВСО".

ЗАМ. ДИРЕКТОРА ИНСТИТУТА ЭКОНОМИКИ АН УССР ПО ОДЕССКОМУ ОТДЕЛЕНИЮ

д.э.н., профессор — М.Т.МЕЛЕШКИН

ЗАВ. ОТДЕЛОМ

д.ф.н., профессор — А.И.УЕМОВ

РУКОВОДИТЕЛЬ ТЕМЫ

д.ф.н., профессор — А.И.УЕМОВ

ИСПОЛНИТЕЛИ:

д.ф.н., профессор — А.И.УЕМОВ

инженер — Л.Л.ЛЕОНЕНКО

инженер — И.Н.САРАЕВА

ОДЕССА

В настоящей книге представлен отчет Одесского отделения института экономики АН УССР, выполненный по договору с институтом "Оргэнергострой" в 1973 г. и первой половине 1974 г.

Целью работы является разработка концептуальных схем системного анализа не опирающихся на применение теоретико-множественного языка описания, что позволит в дальнейшем перейти к не-теоретикр-множественным методам автоматизации проектирования систем организационного управления.

Руководитель разработки

заведующий отделом методологии системных исследований доктор философских наук, профессор А.И.Уемов

Отчет разработан

д.ф.н. А.И.Уемовым, инж. Л.Л.Леоненко, инж. И.Н.Сараевой

А Н Н О Т А Ц И Я

Отчет содержит материалы, выполненные Одесским отделением института экономики АН УССР по договору с институтом "Оргэнергострой".

Цель работы заключается в разработке не-теоретико-множественной альтернативы языка описания для автоматизации проектирования систем организационного управления. В данном материале описывается постановка задачи и мотивы, требующие поиска иных способов описания, чем принятые в теме 4631, осуществленной институтом "Оргэнергострой". Показывается возможность создания такого языка на базе категорий вещь - свойство - отношение. Излагается формализация такого языка, получившего название ЯТО-2. Приводятся примеры описаний на этом языке и обсуждаются преимущества, которыми обладает данный язык. Кратко обсуждается проблема выразимости описаний на различных языках и проблема сравнения описаний, выполненных на разных языках.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящем отчете представлены материалы, выполненные Одесским отделением института экономики АН УССР по договорам с Всесоюзным институтом Оргэнергострой.

Первый договор был заключен на период с 01.10.73 по 31.12.73 и имел целью анализ эффективности языка, применяемого заказчиком для описания процессов производства и строительства и систем организационного управления. Материалы по первому договору составили часть I настоящего отчета. В них показана целесообразность построения формализованного языка, имеющего то преимущество над языком применяемым заказчиком, что он основан на концептуальной схеме, включающей категории "вещь", "свойство", "отношение".

Второй договор был заключен на период с 01.01.74 по 30.06.74 и имел целью разработку языка тернарного описания, использующего указанные категории, и его формализацию. Материал по второму договору составил содержание частей II и III настоящего отчета. Во второй части, естественно вытекающей из первой, содержится изложения языка тернарного описания, а также операций над теоретическими конструкциями, выраженными в этом языке. Показаны пути дальнейшего развития языка тернарного описания, возможности применения операций анализа и синтеза к более сложным конструкциям, введена система идентификаторов /йота-операторов/ в структуру языка.

В третьей части отчета приведены примеры применения разработанного в предыдущей части аппарата к анализу производственных процессов. Кроме того, в соответствии с договором, в этой части рассмотрены вопросы выразимости описаний в различных языках, проблема сравнения описаний на разных языках, что имеет целью сделать более обоснованным выбор языка для решения проблемы автоматизации проектирования систем организационного управления.

ЧАСТЬ I. ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫХ СХЕМ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И СФЕРЫ ИХ ПРИМЕНИМОСТИ.

§ I. Концептуальные схемы формализованных языков.

В отчетах по теме: "Разработка методов проектирования АСУ капстроительства", выполненных Заказчиком, приведены весьма убедительные аргументы против чисто эмпирического подхода к задачам проектирования АСУП, приводящего к колоссальным затратам человеческой энергии и материальных средств. В свете этих аргументов задачи автоматизации проектирования АСУП представляются особенно актуальными. Но решение этих задач невозможно без разработки соответствующих формализованных языков. Заказчиком предприняты весьма значительные усилия по разработке ряда вариантов формализованного языка проектирования автоматизированных систем управления. Однако, естественно возникает вопрос о степени адекватности предложенных вариантов этого языка содержательно поставленным задачам.

Каким образом может быть дан ответ на этот вопрос? Естественно, что, в конечном счете, ответ может быть дан практикой, в данном случае - конкретной практикой проектирования АСУП. Однако, такой путь в условиях, когда требуется форсировать разработки, был бы слишком долог. Поэтому было бы весьма важной задачей нахождение различного ряда вспомогательных приемов, с помощью которых можно было бы дать те или иные, хотя бы и приблизительные, оценки степени адекватности формализованных конструкций поставленным задачам содержательного плана.

Один из путей нахождения таких приемов - исследование тех концептуальных схем системного анализа, которые используются при построении формализованного языка описания систем, в частности - систем управления.

Очевидно, что сфера применения и эффективность того или иного формализованного языка связана со сферой применения соответствующей схемы и ее способности обеспечивать такое представление объектов в качестве систем, которое соответствует реальной практике научного исследования.

Прежде чем переходить к разбору существующих в литературе различных концептуальных схем системного анализа, необходимо выяснить вопрос о том, каким образом та или иная концептуальная схема определяет построение формализованного языка.

Принято считать - и это мнение имеет достаточное обоснование, что обычный, обиходный язык обладает универсальностью в том смысле, что на нем можно выразить все, любую мысль . Это естественно, поскольку язык - это "непосредственная действительность мысли" (К.Маркс). Мысль, не имеющая никакой языковой формы выступления, не является мыслью - во всяком случае не является мыслью в качестве определенного социального феномена. Однако, даже натуральный язык может быть менее или более выразительным. Что легко сказать на одном языке, труднее на другом. Нет необходимости говорить, что на языке каких-либо отдельных племен невозможно выразить современную науку. И дело здесь не в недостатке слов. Слова в качестве специальных научных терминов можно ввести в язык как некоторое его дополнение. Ведь и в русский обиходный язык не входят названия бесчисленного количества видов насекомых или математические термины, которым посвящаются специальные словари. Тот или иной язык оказывается неприспособленным или, наоборот, весьма приспособленным к нуждам науки прежде всего вследствие своего грамматического строя. Последний предполагает определенную концептуальную схему. И эти схемы у языков с различным грамматическим строем существенно различны. Каждый язык в зависимости от той концептуальной схемы, которая лежит в основе его грамматического строя определяет свой способ видения мира . В этом суть известной гипотезы лингвистической относительности, или гипотезы Сэпира – Уорфа.

И эту гипотезу можно применять не только к естественным языкам, но и к искусственным, формализованным построениям типа тех, которые разрабатываются Заказчиком в качестве математических моделей для машинного проектирования целевых АСУ. [2].

Каждое из таких построений имеет свои возможности отображения действительности, определяемые соответствующей концептуальной схемой. И поэтому к ним применимо положение об ограниченной взаимопереводимости, которое обычно можно отнести лишь к натуральным языкам ("Каждый язык имеет свои обороты, свои условленные риторические фигуры, свои усвоенные выражения, которые не могут быть переведены на другой язык соответствующими словами").

Что же входит в концептуальную схему как основу грамматического строя? Обратим внимание на существенное различие между понятиями, содержание которых передается семантическими средствами и понятиями, различие между которыми находит определенное выражение в форме грамматических конструкций. Что касается семантики натурального языка, то с ее помощью может быть выражено все, любые значения. Но в зависимости от грамматики это выражение может быть более или менее сложным.

Концептуальная схема относится не к семантике, а именно к синтаксису языка. Для экспликации понятия концептуальной схемы и ее элементов могут быть использованы разработанные в современной логике понятия семантической и синтаксической категории.

Понятие семантической категории, восходящее, как и очень многое в логике, еще к Аристотелю, в новое время было выдвинуто Гуссерлем и развито Лесневским и особенно Айдукевичем [43].

Основная идея заключается в делении языка на классы, элементы которых могут заменять друг друга в более сложных выражениях, таким образом, что последние, быть может, превращаясь из истинных в ложные, оставались бы тем не менее осмысленными. Например, в выражении "АСУ капстроительством спроектировано" термин "АСУ капстроительством" можно заменить на "Дом","Игру" ит.д. и смысл сохранится. Но нельзя "АСУ, капстроительством", заменить на "гуляет" или "между". Такая замена привела бы к исчезновению смысла выражения. К. Айдукевич разработал иерархию семантических категорий применительно к языкам логики высказываний и предикатов. Так, все пропозициональные переменные он отнес к одной категории, одноаргументные функторы к другой, двухаргументные функторы - третьей и т.д.

Другой известный современный польский логик Роман Сушко отмечает недостатки теории семантических категорий Лесневского - Айдукевича и, прежде всего, то, что иерархия семантических категорий не охватывает операторов, связывающих переменные [44] .

В противовес семантическим категориям выдвигается концепция синтаксических категорий. В качестве простейших синтаксических категорий выбираются категории терма - t и суждения - z . Выражения с дробными индексами, например $\frac{z}{tt}$, которые соотносят термы с суждениями, называются операторами. Синтаксическим категориям сопоставляются категории в общефилософском смысле, которые Р.Сушко называет онтологическими.

Так t сопоставляются элементы произвольного множества. Категории z сопоставляются элементы множества логических валентностей. Дробным выражениям соответствуют функции. В работе Р.Сушко два ряда - синтаксических и онтологических категорий не отождествляются. "Между синтаксической иерархией выражений и онтологической иерархией теоретико-множественных конструкций имеет место простое отношение "согласования", характерное для семантических отношений" [44, стр.196] .

Однако, необходимо подчеркнуть, что система онтологических категорий оказывает самое существенное влияние на систему синтаксических. По существу выбор первой определяет, какой получится вторая. Так Р.Сушко исходит из онтологии теории типов. Это соответственно ограничивает класс допустимых синтаксических категорий. Те из них, которые рассматриваются в работе Р.Сушко, характерны лишь для особых, достаточно бедных языков, которые автор в связи с теорией типов называет типикальными.

Наряду с типикальными возможны и другие языки, в которых, например, лишается смысла столь обычное противопоставление констант и переменных, термов и высказываний. Вместе с тем, такие языки могут быть достаточно богатыми в смысле многообразия семантических и синтаксических категорий, которые в них используются.

Это многообразие соответствует определенной системе онтологических категорий, в состав которых могут входить такие категории как "определенное" – "неопределенное", "тождество" – "различие", "вещь", "свойство", "отношение" и т.д. Система онтологических категорий, различие между которыми находит отображение в различиях между семантическими и синтаксическими категориями данного формализованного или неформализованного языка, и будет составлять его <u>концептуальную схему</u>.

§ 2. <u>Определение уровня общности теоретических конструкций, используемых в математических моделях для машинного проектирования целевых АСУ.</u>

Исследование, проведенное Заказчиком, позволило сделать вывод о том, что "Выбор положения диапазона используемых абстракций на шкале всевозможных абстракций является одним из наиболее существенных вопросов, от решения которых зависит эффективность действия механизма проектирования. В сущности нужно дать ответ на два вопроса: сколь конкретными должны быть самые конкретные проекты, вырабатываемые механизмом проектирования? Сколь абстрактными должны быть исходные абстракции, их которых строится конкретный проект?" (Отчет, Часть II, лист 28).

Высший уровень абстракции определяется на основании того, что в операциях реализации, которые представляют собой большую часть операций организации "изделие выступает только одним или немногими признаками то есть как материальная или модельная абстракция" (лист 29). И далее "Операции порождения суть операции, в которых и осуществляется разделение труда, операции реализации суть операции разделенного труда.

В той мере, в какой это положение верно, можно утверждать, что чем выше уровень используемых абстракций, тем лучше проекты систем управления будут удовлетворять условиям, существующим в организациях" (лист 29).

Абстракции, используемые при разработке математических моделей машинного проектирования могут быть подразделены на два типа. С одной стороны это абстракции, связанные с представлением <u>объекта</u> исследования, с другой стороны - абстракции, определяющие <u>средства</u> исследования.

Объект исследования взятый на предельно абстрактном уровне в работах Заказчика определяется следующим образом: "По-видимому, исходным является два понятия: абстрактной системы и изменения. С помощью понятия абстрактной системы вводятся понятия: целого, части (подсистемы), элемента, отношения, состава, структуры, субстанции, свойства, количества, закона. С помощью понятия изменения или абстрактного процесса вводятся понятия вход и выход.

. . . Все эти системы являются "абстрактными" в том смысле, что как процесс, так и его результаты могут быть как материальными так и нематериальными (например, моделями или идеями).

. . . Сопоставление процессов систем позволяет ввести понятие "время", а сопоставление входов - понятие "пространства". Сопоставление пар входов (выходов), отнесенных к одному и тому же интервалу времени, позволяет сформировать понятие "энергии". Специальный вид отношения между системами, когда одна система с относительно больной энергией представляется другой системой с относительно малой энергией, позволяет ввести понятие "информации" (часть 2. л. 33).

На наш взгляд, указанная система абстракций, из которой исходит Заказчик, требует уточнения. Прежде всего, само понятие системы, которое является основным в перечне абстракций, может быть понято различным образом - на различных уровнях абстрактности. При этом очень важно, чтобы на более абстрактный уровень понимания системы не переносились те представления, которые характерны для более конкретного уровня. Так, для тех систем, которые заказчик называет "физическими" и которые представляют собой шаг в направлении конкретизации понятия абстрактной системы, (лист 32), весьма существенны пространственные, временные, энергетические характеристики. В связи с этим работающими и весьма ценными понятиями являются понятия входа - выхода, соответственно элементов того и другого. Но нужно ли все это предполагать на самом высшем , исходном уровне абстрактности, к которому должно относится понятие абстрактной системы? Нужно ли обязательно искать входы - выходы, а через них - пространство, время и энергию у идей, так же как мы это делаем применительно к физическим системам типа капстроительства?

При переходе на более высокий уровень абстракции отдельные признаки, характерные для понятия более низкого уровня, могут быть утрачены, или радикальным образом преобразованы. На то, что необходимость такого преобразования признается, указывают кавычки, употребляемые при написании слов "пространство", "время","энергия" и т.д., если они относятся к абстрактным системам. Кавычки означают, что речь идет лишь об аналогах пространства, времени и энергии Но эти аналоги могут оказаться не существенными для понятия более высокого уровня абстракции, что и имеет место место в данном случае.

Существуют определенные способы обобщения понятия, которые сохраняют наиболее существенные моменты, имеющие место в содержании понятий более низкого уровня абстракции. Применительно к понятию "система" такой метод использован в ряде предшествующих работ исполнителя.

Выпишем различные определения понятия системы эквивалентные по уровню абстракции определению системы как ящика с входом и выходом. Во всех известных нам определениях понятия системы в качестве исходного предполагается понятие множества $\langle m \rangle$.

Определение системы через вход и выход может быть символизировано следующим образом $(m)S \Leftrightarrow [R(m)]\dot{P}$

Символ R означает, что на множестве m, являющемся по определению системой, установлено отношение. Однако, это не любое отношение, а такое, которое выделяет из множества m два подмножества, одно из которых является множеством элементов входа, а другое - множеством элементов выхода. Сказанное означает, что отношение R, образующее систему должно относиться к заранее определенному типу. Этот тип определяется некоторым заранее фиксированным свойством, которому должно удовлетворять отношение R. Это свойство мы обозначим константой $\dot{P}$.

Приведем некоторые другие определения:

"Система может быть определена как комплекс взаимодействующих элементов" [45].

"Система - размещение, множество или собрание вещей, связанных или соотносящихся между собой таким образом, что вместе они образуют некоторое единство - целостность" [46].

"Системой можно назвать только такой комплекс избирательно вовлеченных компонентов, у которых взаимодействие и взаимоотношение приобретают характер взаимодействия компонентов на получение фиксированного полезного результата" [47].

"Системой мы будем называть упорядоченное определенным образом множество элементов, взаимосвязанных между собой и образующих некоторое целостное единство" [48].

Во всех приведенных выше определениях понятия системы, фиксируется некоторое свойство , обладание которым делает отношение системообразующим. В одном случае - это свойство, которое отличает связь от остальных типов отношения. В другом случае - это свойство антирефлексивности, антисимметричности, транзитивности определяющие отношения порядка. В третьем - довольно смутно понимаемое свойство целостности, в четвертом - целесообразности и т.д. Любое отношение признается системообразующим именно потому, что оно обладает этими заранее фиксированными свойствами. Любые множества, на которых обнаруживаются именно те отношения, которые считаются системообразующими, признаются системами. Сказанное можно выразить в виде следующих схем. $\dot{P}$ обозначает те свойства, о которых шла речь выше. Пусть $\ddot{P}$ определяют класс отношений типа связи, $\dddot{P}$ - свойства, определяющие отношения типа порядка и т.д. Любым заранее заданным свойствам сопоставим символ P с соответствующим количеством точек. Таким образом, мы предусмотрим любые определения систем, которые могут быть сделаны путем указания на то, какого именно типа отношения образуют систему. Схемы определения такого рода будут иметь вид:

$$[R(m)]\dot{P}, \quad [R(m)]\ddot{P}, \quad [R(m)]\dddot{P} \quad \text{и т.д.}$$

В круглой скобке записан символ множества. Символ слева от скобки - символ отношения, справа от скобки - символ свойства. Символы m, R - переменные, символы $\dot{P}$, $\ddot{P}$, $\dddot{P}$ и т.д. - константы. Константы относятся к отношениям R, отношения к множествам m.

Естественное обобщение указанной процедуры получается в том, случае, если заменим константу, обозначающую системообразующее свойство, переменной. Тогда мы получим следующее обобщенное определение: система - это множество объектов, на котором реализуется отношение с заранее заданным свойством.

ный характер системообразующего свойства P . Однако, это определение сохраняет структуру всех тех системных представлений объектов, которые послужили основой для обобщения. Поскольку наиболее существенной в таком представлении является именно его структура, обобщенное определение позволяет сохранить главное, при обобщении от тех деталей, которые могут иметь значение лишь на тех или иных этапах конкретизации системного анализа. Не для любой системы согласно приведенному выше определению может быть оформулировано понятие входа и выхода, не для любой системы - понятие цели, не для любой системы существенна упорядоченность элементов. Однако любая система обладает системообразующим свойством P , которое можно назвать концептом системы, структурой R и субстратом m . Далее можно для любой системы определить отношения второго порядка - структуры к субстрату, субстрата к структуре и т.д. Во многих случаях, например, при решении вопроса о мере простоты - сложности системы, такие отношения оказываются весьма существенными.

Сказанное не означает, что введенное выше понятие системы является предельно абстрактным. Больший уровень абстрактности достигается в таких определениях, как например у Холла и Фейджина [8] , С.К.Клини [7] , в которых вообще не накладывается никакого ограничения на характер отношения, обнаруживаемого в системе. Любое отношение, обнаруживаемое в системе, объявляется системообразующим. Холл и Фейджин делают, правда, оговорку, что нужно исключить так называемые тривиальные отношения, но никаких критериев тривиальности отношений не предлагается. Поскольку между любыми предметами всегда можно установить какие-нибудь отношения, исчезают границы между системными и несистемными представлениями исследуемых объектов.

Таким образом, предельная абстрактность определения системы делает его практически бесполезным. Иной характер имеет наше определение. Оно при том, что является достаточно обобщенным, позволяетвместе с тем четко отличить систему от несистемы в том случае, если будет заранее задано системообразующее свойство P и системность будет определиться относительно этого свойства. Здесь можно провести аналогию с выбором системы отсчета в физике. Пока не задана такая система, бессмысленно говорить о скорости тела. Любое тело в таком случае обладает любой скоростью.

Таким образом, та абстракция понятия системы, которая может быть взята в качестве исходной, не является предельно широкой. Оптимальный уровень такой абстракции определяется наличием некоторого фиксированного свойства. Конкретизируя это свойство, мы конкретизируем характер системного представления объектов. Дальнейшая конкретизация идет по линии структуры.

На определенном уровне такой конкретизации мы получаем систему с входами и выходами. Дальнейшая конкретизация может быть проведена на уровне субстрата. Здесь мы получаем в частности материальные или физические системы. И здесь разумно вводить все те понятия – пространства, времени, энергии, которые вводятся Заказчиком на более абстрактном уровне. Но вместе с тем они могут и не вводиться. На низшем уровне могут найти конкретизацию совсем иные свойства абстрактных систем. Например, в качестве таких свойств могут быть рассмотрены введенные исполнителем в ряде предшествующих работ, так называемые, системные параметры [49], поскольку эти параметры (например, гомогенность, гетерогенность, имманентность и т.д.) могут быть использованы на любом уровне конкретизации понятия системы.

§ 3. Недостатки теоретико-множественного языка описания системы.

Другой тип абстракции, используемый Заказчиком, относится к средству исследования, то есть к предлагаемому им формальному языку. Это те абстракции, которые составляют концептуальный базис, в определенном выше смысле, используемого формального языка.

Выбор такого языка производится заказчиком на основании прежде всего требования операциональности, весьма существенного для построения модели проектирования и того соображения, что лучше всего с наименьшими затратами времени и энергии, использовать готовое исчисление. "При разработке модели проектирования выбор пал на формальную теорию множеств, хотя можно было использовать какое-либо логическое исчисление (хотя наиболее подходящие из них эквивалентны теории множеств), или использовать средства алгебры отношений, или же построить алгебраическую теорию, используя такие понятия как группа, кольцо, модуль и т.п.

Выбор теории множеств отчасти произошёл под давлением работ общей теории систем, использующих этот аппарат" (лист54).

Вместе с тем в работе Заказчика отмечается и некоторый недостаток теоретико-множественного подхода". "В принципе аппарат теории множеств позволяет создать вполне операциональную теорию. Однако применение кванторов, большое количество операций раскрытия элементов множества в другие множества и некоторые другие особенности формализма сильно ограничивают операциональность модели". (Там же)

Известное обоснование выбора находится в том, что "применение других аппаратов, например алгебраического, может разрешить одни проблемы, но вызовет другие. Выбор аппарата должен остаться важной задачей дальнейшей работы".

На выяснении путей этой задачи сосредотачивает свои усилия исполнитель. В этом плане весьма интересны мотивы, почему отклоняется использование так называемого наивного теоретико-множественного подхода.

"Во-первых не существует никакого "канонического" способа изложения на этом языке и, следовательно, он не удобен для описания (а не исследования!) громоздких систем понятия, поскольку в этом случае необходим наперед заданный способ описания и, самое главное, точное определение составных частей описания. Во-вторых трудно дать "определение определению", в то время, как в нашем случае такое определение необходимо, поскольку проект, рассматриваемый в рамках ИИП (информационного входа процесса проектирования) сам представляет собой ИИП. В третьих - мы вынуждены оперировать с такими понятиями, как совокупность всех фактор-структур, всех I предмоделей и т.п. Но именно такие понятия, если их считать множественными, могут привести к логическим противоречиям типа парадокса Рассела" (разд. А лист 67).

Здесь очевидно предполагается, что переход к формальной теории множеств является единственным способом преодоления указанных трудностей. Однако существует и более радикальный путь - отказ от самой теоретико-множественной концепции. На первый взгляд такая идея кажется чуть ли не абсурдной, во всяком случае парадоксальной. Но обратим внимание на следующий странный факт. В натуральном языке, скажем в русском, отсутствуют синтаксические средства дифференциации множеств индивидных объектов. Различие между множественным и единственным числом не выполняет этой роли. Как единственное, так и множественное число в равной мере могут обозначать и множества, и индивидов. Когда мы говорим, что сооружения, построенные по плану капстроительства обошлись в такую-то сумму денег, то все эти сооружения рассматриваются как единое целое, как неделимый индивид, поскольку ни к одному из его элементов вся сумма капиталовложений не относится. В то же время, выражение автомобиль - средство передвижения означает, несмотря на единственное число существительного "автомобиль", что имеется в виду класс, множество автомобилей. В языках, использующих артикли, например, английском, различие между словами с определенным и не определенным артиклем выражают не различие между множествами и единичными объектами, а различие между разными типами единичных объектов по степени их определенности.

~~ии их определенности.~~

Различие между индивидами и множествами выражается в натуральных языках, во всяком случае рассматриваемого типа, лишь с помощью контекстуальных и семантических средств, оно не входит, таким образом, в категориальный базис этих языков, что указывает на относительную несущественность понятия множества, которому придается такое значение в некоторых типах формализованных языков науки.

С этим обстоятельством связано наблюдавшееся в истории философии с самых древнейших ее времен до настоящих времен стремление исключить понятие множества из числа философских категорий и даже объявить его функцией. Такова, например, номиналистическая концепция известного логика Н.Гудмена и близкая к ней концепция реизма известного польского логика Т.Котарбинского. На базе этих концепций разрабатываются формализованные языки, в которых место множества занимают индивиды. И эти языки могут быть использованы для разработки математических моделей проектирования с неменьшим основанием, чем теоретико-множественные.

Вместе с тем следует отметить, что всем этим языкам - как номиналистическим так и теоретико-множественным присуща серьезная ограниченность, связанная с бедностью их категориального базиса, которая ставит под сомнение целесообразность их использования в качестве основного средства построения формальных моделей проектирования. Если пользоваться категориальной схемой "вещь-свойство-отношение", то можно сказать, что во всех этих языках свойства и отношения сводятся к вещам. Множества - это некоторый тип вещей. Свойства отождествляются с множествами. Отношения отождествляются с подмножествами декартова произведения некоторых множеств, то есть также в конечном счете с множествами.

В результате язык оказывается настолько бедным, что в его синтаксической структуре не находит своего адекватного выражения та структура системного представления объекта, которая предполагается Заказчиком. Для этого представления характерна процессуальность, динамизм, совершенно естественный при решении проблем связанных с проектированием систем. Для выражения этого динамизма требуется более глубокая, синтаксическая дифференциация категорий, чем это имеет место в теоретико-множественном языке, когда различие между понятиями, относящимися к входу и выходу системы в используемом Заказчиком формализме дается с помощью словесных пояснений, то есть на семантическом уровне.

Преимущества теоретико-множественного языка сказываются, главным образом, на первом этапе системного анализа, поскольку этот язык дает возможность сразу же использовать все богатство математического аппарата, базирующегося на теории множеств. Однако довольно скоро обнаруживается, что специфика системного подхода при этом ускользает. Несмотря на широкое распространение теоретико-множественного подхода в теории систем, уже раздаются голоса, указывающие на его ограниченность. Так в статьях Э.Р.Раннапа [50] и Ю.А.Шрейдера [51] отмечается, на наш взгляд, весьма существенный дефект теоретико-множественного подхода, который становится особенно очевидным в плане того определения понятия системы, которое было дано выше. Теоретико-множественный язык предполагает множества элементов заданными заранее. Поэтому, если их слишком много, возникают известные трудности, образно названные "проклятием размерности". При специфически системном подходе элементы вычленяются в процессе анализа системы, целостность которой выступает как нечто первичное. При этом каждая система допускает возможность различных членений. Авторы на наш взгляд не вполне последовательны, но их выступление весьма симптоматично.

Вместе с тем интересно отметить, что в самой математике имеет место тенденция к преодолению узости теоретико-множественных представлений с помощью перехода к более общим, чем множество, понятиям. Таким понятием является понятие категории. Теория категорий в настоящее время довольно успешно развивается и положения теории множеств оказывается лишь одной, правда обычно - основной, интерпретацией более общих - теоретико-категориальных.

Другой путь обобщения понятия множества связан с тенденцией к размыванию, стиранию его границ. Классическая теория множеств требует четких критериев, на основании которых можно было бы дать однозначный ответ - входит тот или иной элемент в данное множество или нет. В противовес этому Заде выдвинул теорию размытых множеств [53] . Сходные идеи разрабатываются В.Т.Куликом на базе понятия небулярного множества. "Небулярное множество является математической конструкцией, которую можно рассматривать как обобщение общеизвестного понятия множества. Теория небулярных множеств (абстрактных К-списков общего вида) является одним из основных разделов математического аппарата системности, который, по-видимому, вырастет в скором времени в новую область математики - "системную" или "системологическую" математику [23] .

В.В.Чавчанидзе предлагает понятие алгебраизированного множества (ал-множества), которое отличается от обычного тем, что в него могут входить элементы в двух состояниях - "присутствия" т.е. $e \in M$, и "отсутствия", т.е. $e \bar{\in} M$ [52] .

Однако, указанные понятия преодоления узости теоретико-множественных представлений не затрагивают, на наш взгляд, главного их дефекта, связанного с так называемым принципом экстенсиональности, согласно которому свойства и отношения отождествляются со своими объемами, т.е. с теми множествами объектов, на которых они реализуются. Это резко противоречит интуитивным представлениям. Все, что имеет пространственную форму, занимает в пространстве и некоторый объем. Все, что занимает объем, имеет и форму. Множества на которых реализуются указанные свойства, тождественны. С точки зрения принципа экстенсиональности мы должны отождествить и свойства. Однако, совершенно очевидно, что эти свойства разные. Отношение, выражаемое уравнением

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x$$

и отношение, выражаемое уравнением $y = 1$ экстенсионально тождественны. Графики этих отношений совпадают. Однако, содержательно, интенсионально, это, несомненно, разные вещи. Человек, знающий одно из них, не обязательно знает и другое.

Нелепость принципа экстенсиональности особенно очевидна в том случае, когда в качестве графика свойства или отношения выступает пустой класс. Здесь все различия между классами стираются. В пустое множество попадают электростанции древних, сверхпроводящая одежда строителей, карманные машины БЭСМ-6 и строительство плотин в океанах. Можно вести критику этого принципа и с еще одной сторон

Допустим, что кто нибудь спрашивает является ли институт "Оргэнергострой" автором АСУ строительством КамАЗа. Поскольку "Институт Оргэнергострой" и "автор АСУ строительством КамАЗа" экстенсионально тождественны, одно выражение можно заменить на другое. Получается, что спрашивающий хотел узнать, является ли институт Оргэнергострой институтом Оргэнергострой, что явно неверн

Этот и подобные ему парадоксы, вызываемые принципом экстенсиональности, являются предметом оживленного обсуждения в логической литературе последних десятилетий. Преодолеть эти парадоксы нельзя с помощью того искусственного различения между множествами и классами, которое проводится в формальной теории множеств. Поэтому если парадоксы так называемой наивной теории множеств являются основанием для отказа от языка, который на ней построен, то почему бы другим парадоксам не быть основанием для отказа и от языка формальной теории множеств?

Выход из отмеченных выше затруднений заключается в построении нового формального языка, специально приспособленного к задачам системных исследований. В следующей части отчета будут изложены основные положения этого языка - языка тернарного описания.

ЧАСТЬ II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ФОРМАЛЬНОГО ЯЗЫКА, ОСНОВАННОГО НА КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ СХЕМЕ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ КАТЕГОРИИ ВЕЩИ, СВОЙСТВА, ОТНОШЕНИЯ.

§ I. Общие предпосылки построения формального языка - языка тернарного описания.

Для того, чтобы та или иная совокупность идей могла конституировать в качестве самостоятельной научной теории, необходимо использование определенного формального аппарата, адекватного задачам этой теории. Большое упрощение полагать, как это делает Станислав Лем (I, стр. 246), что математика вырабатывает любые структуры подобно портному-безумцу; который шьет всевозможные одежды для любых существ, которые может быть будут открыты в будущем. Если бы это было так, то автору каждой новой теории было бы достаточно пойти на склад математических изделий, чтобы подобрать там подходящую одежду для своего детища. Однако это удается в весьма редких случаях. Чаще всего приходится заимствовать чужую одежду. Она сидит не по фигуре - в одном месте широко, в другом тесно. И, если одежда достаточно жесткая стальные латы или корсет, то в результате происходит искажение самой фигуры. Она растет соответственно полученной одежде.

Согласно упомянутой гипотезе Э.Сепира и Б.Уорфа восприятие окружающей нас действительности зависит от характера используемого языка. Этот принцип лингвистической относительности можно распространить с натуральных также и на искусственные языки (2).

При построении тех или иных вариантов теорий систем используется язык дифференциальных уравнений, теории множеств, теории графов, логики предикатов и т.д. В соответствии с этим различен сам характер получаемых теорий и даже понимание того, что представляет собой система. Возьмем, например, определение, которое дает А.Рапопорт: "Система с математической точки зрения - это некоторая часть мира, которую в любое данное время можно описать, приписав конкретные значения некоторому множеству переменных"(3, стр.98). С этой точки зрения не будет большой разницы в качестве систем между Венерой Милосской, стоящей на постаменте и Венерой Милосской разбитой на куски, поскольку то и другое допускает описание путем приписывания в любое данное время конкретных значений некоторому множеству переменных. То и другое, следовательно, представляет собой системы. Зато мы будем испытывать большие трудности в решении вопросов о том, представляет ли собой систему обыкновенная семья, поскольку далеко не всем ясно, каким множеством переменных она может быть описана.

Определение А.Рапопорта остается совершенно загадочным до тех пор, пока мы не учтем, что А.Рапопорт для описания систем использует математический аппарат дифференциальных уравнений и с этой точки зрения приведенное выше определение является вполне естественным, тем более, что в нем сделана оговорка "... с математической точки зрения ..." Но эта "математическая точка зрения", скажем у М.Месаровича иная. Здесь "абстрактной системой называется некоторое собственное подмножество"(4, стр.23). И это естественно, поскольку в качестве математического аппарата используется теория множеств.

Применяемый математический аппарат определяет собой тот или иной способ видения системы. С каждым из них связаны свои достоинства. Однако каждый из них вместе с тем обладает существенными недостатками, которые как правило, определяются, в конечном счете, тем, что используемый математический аппарат первоначально создан для достижения целей существенно отличных от тех, которые стоят перед общей теорией систем.

Эти недостатки могут быть определены в том случае, если, выражаясь на образном языке С.Лема, математический костюм теории будет сшит специально по заказу таким образом, чтобы удовлетворились все ее требования.

На другом языке мы можем говорить о выборе адекватной математической модели системы как задаче системного моделирования (5).

В предшествующих работах группы Одесских авторов для определения понятия системы была использована модель, представляющая собой соответствующим образом модифицированную формулу расширенного исчисления предикатов

$$(m)S =_{def} [R(m)]P$$

В основной формуле системой $(m)S$ будет называться множество объектов m, на котором реализуется отношение R с заранее фиксированным свойством P.

Имеет место также двойственное определение системы, которое будет иметь вид:

$$(m)S =_{def} R[(m)P]$$

Словесно: системой будет называться множество объектов m, на котором ~~реализуются~~ свойства P, находящиеся в заранее фиксированном отношении R.

Модификация, которую имеет здесь правильно построенная формула расширенного исчисления предикатов, заключается прежде всего в том, что существенным образом различаются предикаты, представляющие собой свойства и отношения. Первые записываются справа, а вторые – слева от скобок с обозначениями вещей. Далее, существенная особенность интерпретации наших формул состоит в определении порядка перехода от одной переменной к другой, противоположного обычному.

Не на множестве m определяются отношения R, у которых затем фиксируется свойство P, а наоборот: задается вначале P, под которое ищется R и уже после этого ищется множество m, причем последнего может не оказаться и тогда мы скажем, что данные P и R не определяют системы, *mutatis mutandis* соответствующая интерпертация дается второму, двойственному определению.

Рассмотренная модель дает возможность обобщить имеющиеся в литературе "слишком узкие" определения понятия системы, которые получаются при фиксировании тех или иных значений внешней переменной. Вместе с тем, в отличие от определения системы как всякого множества с отношениями (7, стр. I2) (8), наши определения обеспечивают четкое отделение систем от несистем относительно заранее заданных P и R.

Далее, на базе этой модели определяется понятие системных параметров как свойств, характеризующих объекты, рассматриваемые именно в качестве систем, дается классификация систем по значениям параметров и классификация самых параметров (9), рассматриваются преобразования систем (I8). Оказывается возможным использовать ее для выявления критериев простоты - сложности систем (II), (I2).

Однако результаты этих исследований могут конституироваться в общую теорию систем, на наш взгляд, лишь в том случае, если удастся решить следующие две задачи:

I) сформулировать алгоритм систематического конструирования системных параметров;

2) установить достаточно надежные связи между системными параметрами, которые можно рассматривать как общесистемные закономерности.

Можно отметить ряд шагов, направленных в сторону решения этих задач, которые так или иначе связаны с рассмотренной выше моделью системы. Так, В.И.Богданович, введя операции отбрасывания, присоединения, внутренней и внешней замены элементов, получил I6 системных параметров, каждый из которых имеет два значения (I3). Однако с помощью этого метода удалось систематизировать в основном лишь ранее сформулированные параметры. Эвристическая сила предложенного построения оказалась недостаточной для развития теории.

Что касается связей между параметрами, то до сих пор исследования велись главным образом эмпирического характера. На основе алгоритма, предложенного в (I4) были разработаны методы установления связей между параметрами, в частности с помощью ЭВМ (I5) (I6). В результате применения этих методов и большому массиву эмпирического материала, относящегося к параметрической характеристике различных систем, было получено несколько десятков общесистемных закономерностей (I5). Однако даже при соблюдении всех правил предосторожности экстенсионального и интенсионального характера (I7, стр.I20), эти законо-мерности не могут рассматриваться как вполне достоверные. Надежды на построение строгой теории связаны с перспективой дедуктивного пути установления общесистемных закономерностей. Некоторые, наиболее очевидные связи можно установить на основе определения параметров не пользуясь каким-либо формальным аппаратом (I8). Ряд других связей можно выявить с помощью тех или иных более или менее остроумных соображений, опираясь на анализ формальных свойств предикатов, предполагаемых определениями параметров (I9). Тем не менее, удачное выявление тех или иных связей еще не означает создания общего алгоритма, решающего эту задачу в общем виде. Можно продолжать попытки найти такой алгоритм на базе рассмотренной выше модели, пользуясь методами исчисления предикатов. Однако то несоответствие, которое имеет место между обычными построениями логики предикатов и смыслов наших формул определения понятия системы делает решение поставленной задачи этим способом малоперспективным. Главное, что характерно для понимания системы и системных параметров - существенность различения свойств и отношения, а также порядок перехода от предикатов к вещам при применении методов исчисления предикатов, не учитывается. А это означает, что исчисление предикатов не является языком, адекватным задаче общесистемного построения.

Построение такого языка может быть осуществлено в два типа. Первый тип - содержательный. Он предполагает выделение тех категорий, которые являются необходимыми и достаточными как для определения понятия системы, так и для построения общей теории систем. Совокупность таких категорий будет представлять собой категориальный базис общей теории систем. Анализ содержательных рассуждений общесистемного характера показывает, что в качестве такого базиса может рассматриваться совокупность категорий: вещь (предмет), свойство, отношение. Между этими категориями устанавливаются определенные связи (20, гл.Ш), использование которых дает возможность говорить о своеобразном "языке: вещей, свойств, отношений". Но это еще не формализованный язык. Его использование далеко не всегда обеспечивает достаточную строгость получаемых результатов. На этом языке не удается сформулировать требуемый алгоритм нахождения общесистемных закономерностей. Решение всех этих задач может быть найдено путем перехода ко второму этапу - построению формализованного "языка вещей, свойств и отношений".

Простейший фрагмент такого языка построен в (24). При построении этого фрагмента мы стремились отвлечься от известных, повсеместно в науке работающих понятий таких как, например, "множество", и исходить из наиболее элементарного, лежащего в их основе.

История развития научной мысли, начиная с Упанишад, свидетельствует о том, что идея множества отнюдь не является первичной, предполагаемой в любом рассуждении. "Как по одному комку глины, дорогой мой, познаются все вещи, сделанные из глины; (их) наименования - это (лишь) обороты речи, видоизменения, истина же в глине" (25, стр.II2).

В древнегреческой философии отрицание множественного в пользу единого красной нитью проходит в учениях Ксенофана, Парменида, и Зенона Элейского. Независимо от индийских и древнегреческих мудрецов к этой идее приходят современные физики. Например, Д.Бом полагает, что в субквантовом уровне весь мир существует как "неделимая единица" (21, стр.5).

То есть множество редуцируется к одному элементу и понятие о нем становится, во всяком случае в качестве основного -излишним.

Более фундаментальной идеей является идея определенного-неопределенного. В части I настоящего отчета была отмечена та роль, которую играет в современных системных исследованиях категория неопределенности. Однако, в отмеченных работах Заде, Кулика, Чавчанидзе идея неопределенности, соответственно небулярности, связывается со множеством. Однако из сказанного выше следует, что это совсем не обязательно делать. Неопределенной может быть не только множество, но и отдельная вещь.

Различие между определенной и неопределенной вещью не всегда очевидно для русского, но оно четко фиксировано во всех языках, где есть артикли. Сказанное объясняет выбор в качестве двух символов алфавита обозначения определенной вещи t и неопределенной - a. Другой фундаментальной идеей является идея различия. Вещь отличная от определенной вещи t обозначается t'.

Как показано в работе (26), различие между вещами, свойствами и отношениями относительно. То, что в одном плане выступает как вещь, в другом плане может выступать как свойство и отношение. Поэтому различие целесообразно выражать не написанием символов, а местом символа в формуле. В формуле $[R(m)]P$ имеет место то и другое. Поэтому ее следует рассматривать как плеоназм. При построении формализованного языка в работе(24) вещи обозначаются одним из символов t, t', a записанных или отдельно или в-нутри круглых скобок, отношения - этими же символами, записанными слева от скобок и свойства - этими же символами справа от скобок. Дальнейшие сведения - об операциях, правилах, выводах, аксиомах и теоремах простейшего варианта рассматриваемого языка читатель найдет в (24).

Отметим, что несмотря на "бедность" этого варианта, его категориальный базис богаче известных логических построений, поскольку включает в себя не одну и не две - а три категории - вещь, свойство и отношение. Поэтому оказалось возможным применить его к рассмотрению некоторых проблем методологии наук.

Следовательно мы можем считать, что категории "вещи", "свойства", "отношения", как говорят, "работают" при решении рассматриваемой нами задачи на содержательном уровне. И "работа" может быть тем большей, чем более развиты эти категории. Такое развитие, опять-таки в основном на содержательном уровне, осуществлено в другой работе. Основные идеи этой работы и легли в основу предлагаемого ниже формализма.

§ 2. Формализм первого уровня. Выбор базовых элементов языка тернарного описания и отношений между ними.

Отметим прежде всего два момента, существенных для нашего формализма и резко отличающих его от наиболее известных логических построений. У нее нет однозначного соответствия между графической формой знака и тем, что этот знак обозначает. Такое соответствие не соответствовало бы функциональному характеру различий между вещами, свойствами и отношениями, которое обосновывается в [26]. Поэтому указанным различиям соответствует не форма знака, а его место относительно других знаков. Таким образом мы используем позиционный принцип, применяемый в системах счисления.

Выше приведенное определение понятия системы дано с помощью понятия множества. Однако это сделано для того, чтобы установить связь нашего определения с определениями других авторов. Поскольку в нашей системе не будет приниматься принцип экстенсиональности, дающий возможность заменить операции над свойствами и отношениями операциями над множествами, нет необходимости базировать ее на теоретико-множественных представлениях. Напротив, было бы интересно рассмотреть проблему обоснования теории множеств сквозь призму нашей системы. Такая возможность будет иметь место разумеется только в том случае, если наша система не будет базироваться в свою очередь на теории множеств.

Отказ от теоретико-множественных представлений имеет своим следствием отказ от различения свойств и отношений по числу объектов, к которым они относятся в качестве предикатов. Последнее, несмотря на общепризнанность в современной логике и математике не вполне соответствует даже интуитивным представлениям.

Далее, поскольку нет множеств, лишается смысла противопоставление констант и переменных. Если уж употреблять эти термины, то все символы, которые мы употребляем, можно назвать <u>константами.</u> Поскольку нет переменных, нечего и связывать. Отсюда в нашей системе отсутствуют кванторы.

Вместо различения констант и переменных у нас будут различаться вещи по различным степеням неопределенности. К числу исходных категорий, отображенных уже в основном алфавите, относятся также тождество и различие.

Назовем наш формализм языком тернарного описания (ЯТО). В отличие от более раннего построения [24] , которое можно назвать ЯТО-I, излагаемый вариант закодируем как ЯТО-2.

В основной алфавит будет входить шесть символов, обозначающих следующие объекты;

t - <u>определенная,</u> четко фиксированная в начале исследования вещь. (Используем в качестве символа первую букву английского определенного артикля).

A - <u>любая</u>, <u>какая хочешь</u>, вещь

a - <u>любая, какая попадается</u>, вещь

Различие между A и a весьма существенно. Речь идет о совершенно разных типах неопределенности, разных типах произвольности. В первом случае выбор за нами. Мы можем взять любую вещь, которую захотим. В другом случае берем любую вещь, которая попадается. Различие хорошо иллюстрируется ситуацией с выбором невест. Когда перед царевичем выстраиваются невесты шеренгой, и он выбирает любую, ситуация символизируется с помощью A . Иное дело, когда он пускает стрелу и должен взять в жены любую, какая попадается.

На различении между A и a может быть построен особый вариант деонтической логики. Однако для этого необходимо использование оператора долженствования, без которого в данной работе можно обойтись.

Любая, какая попадется, вещь может быть также названа "некоторой" вещью. Но различие между некоторой , в этом смысле, вещью и любой вещью в смысле A нельзя моделировать с помощью различия между универсальным квантором и квантором существования. Если проводить теоретико-множественную аналогию, то в обоих случаях - как это видно из примера с выбором невест, должен быть использован квантор всеобщности. Различие между A и a в синтаксисе исчисления предикатов не выражается. Здесь это может быть вопросом лишь семантики. Так первый случай выразим в виде

$$\forall x \quad [P(x) \rightarrow N(x)]$$

Здесь P - "та, которая понравится", N - невеста. Второй случай структурно тождествен первому: $\forall x \ [Q(x) \rightarrow N(x)]$. Но здесь Q - это "та, которая попалась".

Понятие произвольного объекта находит широкое применение в математике, в особенности в процессе математических доказательств. Вместе с тем имеет место критика использования этого понятия. Известный американский логик Н.Решер ядовито спрашивает, какими свойствами обладает произвольный объект множества $S = \{1, 2, 7, 8, 13\}$. Является этот объект простым числом, четным, нечетным, равным 7 и т.д. ? [27^a]

Решер пытается доказать, что использование понятия произвольного объекта приводит к противоречию. На некорректность его доказательства указал Л.Годдард в том же журнале [27] .Философский смысл рассуждения Решера имеет чисто номиналистический характер. Здесь имеет место репродукция, на что указывает сам Решер,

борьбы Беркли против абстрактных идей. Кажущаяся убедительность приведенной аргументации исчезает как только мы перестанем смешивать неопределенный объект – A или a с определенным фиксированным объектом, который в нашей символике обозначается t.
Неопределенный объект нельзя рассматривать как элемент множества S, поскольку это множество состоит из определенных объектов. Неопределенный объект при определенных условиях эквивалентен, хотя и, что очень важно подчеркнуть, не тождественен самому множеству S. Он может обладать свойствами, которые сами в свою очередь могут быть определенными или неопределенными. Подробнее о том, как оперировать неопределенными объектами, читатель сможет узнать, если прочитает оставшуюся часть нашего отчета.

Степень определенности вещи может быть повышена, если мы введем ограничение – "кроме фиксированной вещи t". Так Синяя борода ограничивал произвольность выбираемого объекта тем, что фиксировал некоторую комнату, вход в которую женам был запрещен. В нашей символике это будет обозначаться символом:

T' – <u>любая вещь отличная от</u> .

Иван-царевич, если бы подумал, что стрела может упасть на болото, мог бы выпросить ограничение (хотя и зря!) – "кроме лягушки". В таком случае он имел бы в качестве невесты

t' – <u>некоторую вещь, отличную от</u> .

Введем также символ $\varnothing$, который будет обозначать <u>невозможную вещь</u>. Этот символ вводится не для того, чтобы им оперировать невозможная вещь поэтому и невозможна, что ее нельзя иметь и, следовательно, нельзя ей оперировать. Этот символ будет использоваться для фиксации невозможности некоторой ситуации.

Другого характера определенность, чем та, которая выражена оператором "кроме", будет выражаться ограничительным оператором "только". Для обозначения этого оператора используем символ $\mathcal{L}$.

Так если у нас есть t, то остается выяснить, нет ли чего-нибудь и другого, то есть все ли, что мы имеем зафиксировано. Этот вопрос имеет существенное значение, например, при определении суммы налога. Когда t настолько точно определено, что исключает что-либо вне этой вещи, то получаем

$\mathcal{L}t$ – только определенная вещь .

Далее если у нас есть вещь отличная от t , то вообще говоря остается неясным нет ли у нас тем самым любой вещи отличной от t, то есть нет ли T'. В том случае, когда такая возможность исключается, имеем:

~~имеем~~

$\mathcal{L}t'$ – только некоторая вещь, отличная от t .

Соответственно,

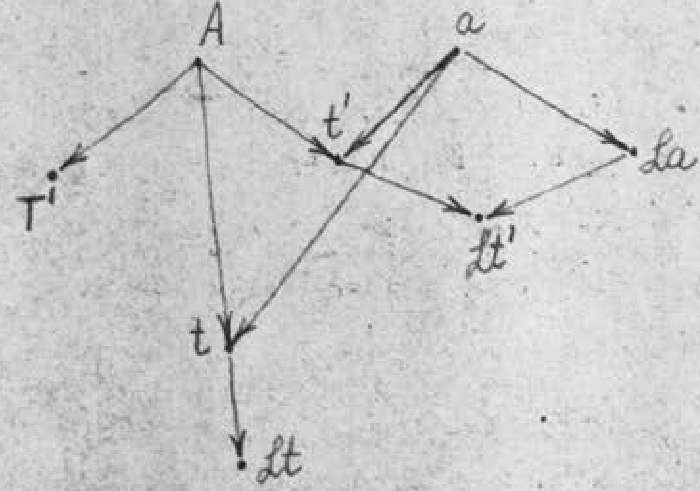
$\mathcal{L}a$ – только некоторая вещь .

Очевидно, что применять такой оператор к любым вещам не имеет смысла, поскольку, имея любые вещи, мы тем самым имеем и некоторые. Здесь можно, впрочем, ввести некоторый аналог ограничительного оператора (назвав его скажем, правым, в противоположность введенному выше левому), но это не будет сделано в рамках настоящего отчета.

Поскольку невозможную вещь нельзя иметь, то невозможно к ней и применять какие-либо операторы, в том числе и $\mathcal{L}$.

Использование операторов и $\mathcal{L}$ требует особой осторожности вследствие опасности теоретико-множественных ассоциаций. Важно понять, что речь идет не об отделении одних вещей от других, а о содержательной стороне дела – о дополнительных признаках объекта, увеличивающих степень его определенности.

Естественно возникает вопрос, могут ли все определенные выше объекты упорядочены по степени их определенности. Строго говоря вполне упорядоченными они быть не могут, ибо неясно, что более определено A или a . Далее, вещи, снабженные операторами, представляют собой векторы. Не вполне ясно, какая вещь более определена ℓa или t' . С одной стороны t', казалось бы, более определена, поскольку относительно нее известно, что она исключает t . Но с другой стороны ℓa исключает A . Поэтому для выражения соотношений между степенями неопределенности наших объектов используем граф, вершины которого будут соответствовать объектам, а ребра направлены от менее определенных к более определенным объектам.



В разных случаях, в зависимости от характера задач, мы будем использовать разный порядок записи наших объектов. В частности, будет применяться следующий порядок: A, T', a, ℓa, t', $\ell t'$, t, ℓt , который повидимому ближе всего к порядку, в каком с интуитивной точки зрения должна возрастать неопределенность объекта.

В том случае, когда каждый из введенных выше символов записан отдельно от других, он обозначает <u>вещь</u>. Если же он записан вместе с другими, то может обозначать не просто вещь, но вещь, выступающую в качестве <u>свойства</u> или в качестве <u>отношения</u>. Для дифференциации вещей, свойств и отношений используются скобки различных видов. Символ, записанный внутри круглой скобки, обозначает <u>вещь</u>. Символ, записанный слева от круглой скобки – отношение, например t' в $t'(A)$ и справа от круглой скобки – свойство, например, t' в $(A)t'$.

Если же свойство и отношение вещей, выраженные в предыдущих формулах сами рассматриваются как вещи, то для обозначения этого факта используются квадратные скобки. Например, $[t'(A)]$, $[(A)t']$. Каждая из этих вещей в свою очередь может обладать своими свойствами или отношениями, что выражается например, как $t[t'(A)]$, $[t'(A)]a$, $t'[(A)t']$. Этот процесс может быть продолжен. Таким образом мы получим, например, формулы: $\{t[t'(A)]\}$, $\{t'[(A)t']\}$, $a\{t[t'(A)]\}$, $\{t[t'(A)]\}a$, $\{\{t[t'(A)]\}a\}$. Понятно, что таким путем могут быть получены формулы сколь угодно большой длины.

Обратим внимание на то, что в зависимости от своей длины, наши формулы как с точки зрения традиционной, так и с точки зрения современной логики существенно меняют свою логическую характеристику. Так формулы A, $[t'(A)]$, $\{t[t'(A)]\}$ представляют собой понятия, современные логики назвали бы такие формулы термами, а формулы $(A)a$, $t[t'(A)]$, $a\{t[t'(A)]\}$ – суждения, соответственно – высказывания.

Логическая традиция, повидимому, преувеличивает значимость указанных различий. Во всяком случае к понятиям относится многое из того, что обычно считается свойственным лишь суждениям [28].

В нашей системе типы отношений между формулами не будут зависеть от того, какую именно из указанных интерпретаций они допускают. Поэтому в качестве фундаментального отношения мы не можем взять импликацию, определяемую как отношение между суждениями. Таким фундаментальным отношением в нашей системе будет некоторое обобщение импликации, которое мы назовем импликатией [24]. Содержательно импликатию можно определить с помощью фразы: "Если есть одно, то тем самым есть и другое". Будем выражать ее с помощью стрелки, например, $t \longrightarrow t$. О различии между двумя вариантами импликатии – слабой и сильной, будет идти речь ниже.

Пока остановимся на вопросах, применительно к которым это различие несущественно.

Рассмотрим истинные простые импликатии, то есть такие, которые сопоставляют по одному символу. В качестве аксиом возьмем следующие импликатии:

$$A_1 \qquad t \to \ell t'$$

$$A_2 \qquad A \to a$$

$$A_3 \qquad \ell t \to t$$

$$A_4 \qquad \ell t' \to t'$$

$$A_5 \qquad \ell a \to a$$

$$A_6 \qquad T' \to t'$$

К приведенным аксиомам можно сделать следующие пояснения. Аксиома $t \to t'$, имеющая место в ЯТО-I, заменена более сильным утверждением. Определенный объект предполагает, по крайней мере в качестве своих элементов или свойств, нечто отличное от него самого, но не любое отличное. Это и выражено в A_1. Аксиома A_2 является ослабленным вариантом утверждения $A \to A$. Истинность последнего утверждения означала бы, что, если у нас есть любая вещь, какую только мы захотим, то тем самым и любая, какую мы захотим. Соотношение $A \to A$ было бы справедливо, если бы мы каждый раз хотели именно ту вещь, которую уже выбрали. Но сказка о рыбаке и рыбке показывает, что это далеко не всегда так. A в антецеденте могут быть конкретизированы различным образом. Поэтому приходится довольствоваться A_2. Если у нас уже есть любая вещь, какую только мы захотим, то тем самым уже есть какая-то вещь, которая уже попалась, некоторая вещь – a. Аксиома A_6 аналогична A_2. Остальные аксиомы очевидны и пояснений не требуют. В свете сделанных выше разъяснений нетрудно видеть, почему в состав наших аксиом не входит символ $\emptyset$. Невозможную вещь нельзя иметь. Значит символ $\emptyset$ не может быть в антецеденте аксиом. Отсюда, каждый символ, стоящий в антецеденте, обозначает вещь возможную. Возможное же не может предполагать невозможное. Значит символа $\emptyset$ не может быть и в консеквенте.

Формулы с импликатией, антецедент и консеквент которых состоят из одного символа, назовем <u>простыми импликативными формулами</u>. Применительно к таким формулам сформулируем следующие правила вывода:

R_1. Постулируется <u>транзитивность импликатии</u>.

R_{2ded}. Если в формуле имеет место символ A, то вместо него можно подставить любой из символов t, t', T', a.

R_{2ind}. Если формулы различаются только тем, что на том месте, где в одной формуле имеет место символ t, а в другом T', то эти формулы можно заменить третьей, в которой вместо этих символов стоит A.

R_3. Ограничительный оператор $\mathcal{L}$ можно приписать одновременно к обеим частям формулы или снять одновременно у обеих частей.

R_4. Если в формуле один ограничительный оператор, его можно снять.

Из приведенных правил правило R_1 совпадает с тем, которое приведено в [24] и [29]. Правило R_{2ded} естественным образом расширено в связи с введением новых символов. В отличие от [24] и [29] не оговорено, что символ A должен быть в антецеденте. Фактически это не является расширением поскольку символ A в аксиомах имеет место только в антецеденте. Отметим, во избежение недоразумения, что правило R_{2ded} не означает, что если есть A, то всегда есть и, скажем, t или t'. Никто не может нас заставить выбирать подобным образом. Такие ограничения противоречили бы смыслу символа A . Однако, подстановки рассматриваемого типа в единственную аксиому, в состав которой входит A , не приводят к ложным выводам, что и фиксируется R_{2ded} . Индексы ded и ind , заимствованные из ЯТО-I, указывают на аналогию, довольно, впрочем, внешнюю, на дедуктивные и индуктивные процедуры.

Правило R_4 , будучи применено к тому случаю, когда ограничительный оператор находится в консеквенте формулы, означает ослабление консеквента и тем самым ослабление формулы в целом. Ослабление антецедента, вообще говоря, усиливает формулу, и формула может перестать быть верной. Однако отбрасывание ограничительного оператора в антецеденте привело бы к ошибке лишь в том случае, если бы в консеквенте остался ограничительный оператор или же были объекты A или T' . В нашем же случае предполагается, что отбрасываемый оператор в формуле один и в консеквенте аксиом не содержится объектов A и T' .

Применяя рассмотренные правила к вышеприведенным аксиомам, получим следующие теоремы. Доказательства указываются в квадратных скобках:

T_1. $t \to a$ [$R_{2ded}(A_2)$]

T_2. $t' \to a$ [$R_{2ded}(A_2)$]

T_3. $T' \to a$ [$R_{2ded}(A_2)$]

T_4. $a \to a$ [$R_{2ded}(A_2)$]

$T_5.$ $\mathcal{L}t \rightarrow \mathcal{L}a$ $[R_3(T_1)]$

$T_6.$ $\mathcal{L}t' \rightarrow \mathcal{L}a$ $[R_3(T_2)]$

$T_7.$ $\mathcal{L}a \rightarrow \mathcal{L}a$ $[R_3(T_4)]$

$T_8.$ $\mathcal{L}t \rightarrow a$ $[R_1(T_5, A_5)]$

$T_9.$ $\mathcal{L}t' \rightarrow a$ $[R_1(T_6, A_5)]$

$T_{10}.$ $t \rightarrow \mathcal{L}a$ $[R_1(A_1, T_6)]$

$T_{11}.$ $t \rightarrow t'$ $[R_1(A_1, A_4)]$

$T_{12}.$ $t \rightarrow t$ $[R_4(A_3)]$

$T_{13}.$ $\mathcal{L}t \rightarrow \mathcal{L}t$ $[R_3(T_{12})]$

$T_{14}.$ $t' \rightarrow t'$ $[R_4(A_4)]$

$T_{15}.$ $A \rightarrow t'$ $[R_{2ind}(T_{11}, A_6)]$

$T_{16}.$ $\mathcal{L}t \rightarrow t'$ $[R_1(A_3, T_{11})]$

$T_{17}.$ $\mathcal{L}t \rightarrow \mathcal{L}t'$ $[R_1(A_3, A_1)]$

$T_{18}.$ $\mathcal{L}t' \rightarrow \mathcal{L}t'$ $[R_3(T_{14})]$

T_{19} $a \rightarrow t'$ $[R_{2ded}(T_{15})]$

T_{20} $\mathcal{L}a \rightarrow t'$ $[R_1(A_5, T_{19})]$

Для удобства обозрения систематизируем полученные результаты в следующей таблице. Импликатии, фиксируемые в аксиомах, выразим двойными стрелками; импликатии, устанавливаемые в теоремах, одинарными стрелками.

	ℓt	t	$\ell t'$	t'	ℓa	a	T'	A
ℓt	$\rightarrow$	$\Rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$		
t		$\rightarrow$	$\Rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$		
$\ell t'$			$\rightarrow$	$\Rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$		
t'				$\rightarrow$		$\rightarrow$		
ℓa				$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\Rightarrow$		
a				$\rightarrow$		$\rightarrow$		
T'				$\Rightarrow$		$\rightarrow$		
A				$\rightarrow$		$\Rightarrow$		

§ 3. Фундаментальное отношение языка. Операции синтеза теоретических конструкций и правила их осуществления.

Над введенными выше символами определим 6 операций. Начнем с операции реистического синтеза, под которой, так же, как в [24], будем понимать мысленное объединение рассматриваемых объектов - операндов в один объект - результат операции.

Формулы, связывающие операнды с результатами операции, поскольку в них включается по крайней мере по три символа из нашего основного алфавита, уже не будут простыми импликативными формулами. Поэтому в списке правил $R_1 - R_4$, применяемых для получения выводов, должны быть произведены соответствующие изменения. Новые правила нужно ввести в связи со спецификой операции реистического синтеза. Следует подчеркнуть, что, в отличие от работы [24], мы будем пользоваться отношением не слабой, а сильной импликации. Различие между этими отношениями заключается в том, что слабая импликация не исключает тривиальные результаты. В ее консеквент может входить не только результат операции, но и сами операнды. Сильная импликация представляет собой отношение между операндами и результатом операции. Отметим, кстати, что обычные, скажем в арифметике, равенства, определяющие соотношение между операндами и результатом операции соответствуют именно сильной импликации, например, $2 \times 3 \rightarrow 6$ В плане слабой импликации можно записать $2 \times 3 \dashrightarrow 2$; $2 \times 3 \dashrightarrow 3$ поскольку, умножая 2 на 3, мы не утрачиваем эти числа.

А. Реистический синтез.

Исходя из изложенных соображений сформулируем следующие правила реистического синтеза.

R_1, R_{2ded}, R_{2ind} - взяты из списка правил, приведенных выше. Из этого списка исключены R_3 и R_4, поскольку R_3 может привести к ошибочным результатам, а в R_4 нет необходимости, Дополнительно вводятся:

R_5. Из двух импликаций с общим консеквентом можно получить новую импликацию с тем же консеквентом и антецедентом, являющимся реистическим синтезом исходных антецедентов.

R_{com}. Операнды в антецеденте можно менять местами без изменения консеквента (правило коммутативности).

В связи с правилом R_5 сделаем замечание о том, что в отличие от слабой импликации, в консеквент которой войдет любой консеквент импликации с операндом в качестве антецедента, наше правило предполагает включение в консеквент результирующей импликации только общих для простых импликативных формул элементов.

Правило коммутативности является непосредственным следствием мысленного характера операции реистического синтеза, что позволяет абстрагироваться от фактора времени, существенного при проведении операций материального типа.

При указанных правилах нам можно ограничиться двумя положениями, принятыми в качестве аксиом.

$$A_7 \qquad A\ell t \rightarrow \ell a$$

$$A_8 \qquad tA \rightarrow \ell a$$

Результат реистического синтеза, полученный с помощью наших правил и аксиом, не всегда определяется однозначно. В ряде случаев могут быть получены разные результаты, не противоречащие однако друг другу. Тогда, когда один из этих результатов сильнее, чем другой в том смысле, что может быть антецедентом импликации, консеквентом которой является другой результат, мы будем фиксировать лишь теорему с более сильным результатом имея в виду, что другая теорема легко может быть получена как следствие первой.

Поскольку все теоремы доказываются с помощью наших правил довольно легко, списка теорем мы проводить не будем, а ограничимся итоговой таблицей, в нулевой строке и колонке которой записаны синтезируемые объекты, а в остальных – результаты реистического синтеза. Чтобы подчеркнуть произвольность порядка записи наших объектов, примем иной порядок, чем выше.

	t	t'	T'	a	A	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
t	t	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	$\boxed{\mathcal{L}a}$	t	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$
t'	$\mathcal{L}a$	t'	t'	a	a	$\mathcal{L}a$	t'	a
T'	$\mathcal{L}a$	t'	t'	a	a	$\mathcal{L}a$	t'	a
a	$\mathcal{L}a$	a	a	a	a	$\mathcal{L}a$	a	a
A	$\mathcal{L}a$	a	a	a	a	$\boxed{\mathcal{L}a}$	a	a
$\mathcal{L}t$	t	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$	t'	t'	a	a	$\mathcal{L}t'$	t'	a
$\mathcal{L}a$	$\mathcal{L}a$	a	a	a	a	$\mathcal{L}a$	a	a

В таблице выделены две клетки, в которых зафиксированы положения, принятые в качестве аксиом. Остальные 79 клеток соответствуют теоремам. 36 клеток слева от главной диагонали соответствуют теоремам, полученным с помощью правила R_{com}, примененного к положениям, соответствующим клеткам, расположенным справа от главной диагонали.

В. Атрибутивный синтез.

Атрибутивный синтез предполагает объединение двух вещей таким образом, что одна из них становится свойством другой. Если Петров приобрел познания в области математики, то это можно рассматривать как синтез одного объекта – Петрова с другим объектом – математической образованности. Приписывание второго объекта первому в качестве его свойства, выражается в русском языке фразой: "Петров математически образован". Результат атрибутивного синтеза – "математически образован". Результат атрибутивного синтеза – "математически образованный Петров". В данном случае синтезируемое свойство является внешним по отношению к Петрову, поскольку Петров когда-то им обладал. Но это не обязательно. Можно рассматривать синтез объекта с тем свойством, которое всегда было ему присуще. И вообще атрибутивный синтез нельзя отождествлять с процессом, развертывающимся во времени. Наша операция в равной мере относится и к процессу развития во времени и к развертыванию в пространстве. Так целаканта можно представить как результат атрибутивного синтеза рыбы с яйцекладущностью. Такой же синтез яйцекладущности с млекопитающим дал нам утконоса.

Синтезируемые компоненты атрибутивного синтеза можно соответственно назвать реистической и атрибутивной. Реистическая компонента будет заключена в скобки, атрибутивная – согласно принятому правилу записи свойства, будет записана справа от скобки. Таким образом схема операции атрибутивного синтеза будет иметь следующий вид: (реистическая компонента) атрибутивная компонента→результат атрибутивного синтеза.

С формальной стороны между реистическим и атрибутивным синтезом имеет место весьма существенное различие. Любые объекты могут быть реистически синтезированы, поскольку их можно рассматривать вместе, как некоторую пару объектов. Однако не каждый объект можно рассматривать в качестве свойства любого другого. Например, соленость нельзя даже представить себе как свойство силлогизма I-й фигуры. По справедливому замечанию Аристотеля [30, стр. 39], бессмысленно спрашивать, обладает ли камень признаками слепоты или зрячести, поскольку этими признаками может обладать лишь живое существо.

Отметим, что указанная проблема не возникает тогда, когда между компонентами атрибутивного синтеза и его результатом устанавливается отношение слабой импликации. В таком случае в качестве результата могут рассматриваться каждая из компонент, взятая по отдельности. Поэтому результат синтеза всегда имеет хотя бы и тривиальный смысл. Вариант же сильной импликации, который здесь рассматривается, требует запрета некоторых комбинаций. Такой запрет может быть фиксирован с помощью использования символа невозможной вещи $\varnothing$.

Сформулируем следующие аксиомы "запрета":

$A_1.\quad (T')\ell t \to \varnothing \qquad\qquad A_2.\quad (T')t \to \varnothing$

$A_3.\quad (T')T' \to \varnothing \qquad\qquad A_4.\quad (T')A \to \varnothing$

Содержательный смысл этих аксиом очевиден. A_1 и A_2 говорят о том, что любая произвольная вещь, о которой известно лишь то, что она не является объектом t не может обладать заранее фиксированным свойством. Остальные аксиомы говорят о несочетаемости универсальной произвольности вещи с соответствующей произвольностью свойства. Любая вещь не может обладать любым свойством даже при ном ограничении, что рассматриваются только такие вещи и свойства, которые отличны от наперед заданного t.

Примем также следующие аксиомы, определяющие допустимые сочетания.

A_5. $(A)a \to a$ A_6. $(A)t' \to t'$

A_7. $(A)\ell t' \to \ell t'$ A_8. $(A)\ell a \to \ell a$

A_9. $(a)t \to t$ A_{10}. $(a)T' \to t'$

A_{11}. $(a)A \to a$ A_{12}. $(a)\ell t \to \ell t$

В качестве обоснования или, точнее, пояснения этих аксиом мы можем сослаться на то, что принадлежность свойства вещи (при соответствующих условиях) определяет вещь, обладающую этим свойством. Если верно, что наша роза красна, то верно и то, что мы имеем красную розу. Именно на этом факте, более или менее смутно осознаваемом логиками, основана по сути дела вся теория категорического силлогизма.

В качестве основных правил атрибутивного синтеза будем использовать ряд правил подстановки. Выше, при рассмотрении синтеза использовалось правило подстановки в форме R_{2ded}. Это правило разрешает подстановки вместо A любого другого символа, но без ограничительного оператора. Это связано с тем, что использование специальных правил для ограничительных операторов позволяет нам получить более сильные содержательно приемлемые результаты. Например, подстановка в аксиому $A\ell t \to \ell a$ вместо A символа $\ell t'$ дало бы нам $\ell t'\ell t \to \ell a$, в то время как нами получено $\ell t'\ell t \to \ell t'$. Поэтому необходимости в более сильном правиле подстановки не было. Однако она появляется в том случае, когда не вводится специальных правил для ограничительного оператора. Все теоремы атрибутивного синтеза удобнее всего получить с помощью различных типов правил подстановки.

R_A. Вместо A в качестве символа вещи может быть подставлен любой другой символ. Если эти символы выписать в порядке возрастания определенности объекта ими обозначаемого, то, имея ввиду вышеприведенные оговорки, получим ряд:

$$T', a, \ell a, t', \ell t', t, \ell t$$

Каждый из символов этого ряда тоже, вообще говоря, допускает замену какими-то иными символами. При этом замена может быть не только в правую сторону, как при подстановках вместо A . Для символа предельно определенной вещи это были бы замены объектами, взятыми из левой стороны списка. Остальные символы, вообще говоря, допускают и правую и левую подстановку. Далее подстановки могут быть неполного набора, как при применении R_{2ded} , когда подставляемые объекты представлены лишь частью символов, находящихся в соответствующей стороне списка , и полного набора, как при применении R_A . Следующие два правила определяют правые наборы подстановки для символа a в качестве обозначения вещественной компоненты атрибутивного синтеза.

$R_{a-\ell t}$. Если в антецеденте формулы атрибутивного синтеза определенность свойства выше определенности вещи a , то вместо a можно подставить любой символ из правой по отношению к a части списка, то есть $\ell a, t', \ell t', t, \ell t$.

Приведенное правило предполагает полный набор подстановок.

$R_{a-\ell t'}$. Если в антецеденте атрибутивного синтеза определенность свойства ниже определенности вещи a , то вместо a можно подставить любой символ из правой по отношению к a части списка на интервале $\ell a - \ell t'$, то есть $\ell a, t', \ell t'$. В этом правиле предполагается неполный набор подстановки, поскольку из их числа исключаются $t, \ell t$.

Основания для принятия первого из приведенных правил такого же характера, что для R_A , только здесь дедуктивная сила естественно ниже, чем в R_A . Ограничение интервала допустимых подстановок в $R_{a\text{-}\ell t'}$ связано с теми соображениями о сочетании определенного и неопределенного в атрибутивном синтезе, которые были приведены выше.

Левая подстановка является допустимой согласно следующему правилу.

$R_{T'-A}$. Если консеквента формулы атрибутивного синтеза стоит символ $\varnothing$, а в антецеденте символом вещи является T' , то этот знак может быть заменен стоящим левее его в ряду определенностей знаком, то есть A .

Указанное правило выражает известный в логике аргумент *a fortiori* , то есть "тем более". Если неопределенность, выраженная символом T' приводит к невозможному результату, то тем более это должно иметь место для большей неопределенности, выражаемой символом A .

Применяя наши правила к соответствующим аксиомам получим следующие теоремы. При помощи R_A примененному к A_5 :

T_1. $(t)a \rightarrow a$

T_2. $(t')a \rightarrow a$

T_3. $(T')a \rightarrow a$

T_4. $(a)a \rightarrow a$

T_5. $(\ell t)a \rightarrow a$

T_6. $(\ell t')a \rightarrow a$

T_7. $(\ell a)a \rightarrow a$

При помощи того же правила, примененного к A_6:

$T_8.\ (t)t' \to t'$

$T_9.\ (t')t' \to t'$

$T_{10}.\ (T')t' \to t'$

$T_{11}.\ (a)t' \to t'$

$T_{12}.\ (\ell t)t' \to t'$

$T_{13}.\ (\ell t')t' \to t'$

$T_{14}.\ (\ell a)t' \to t'$

То же правило, примененное к A_7, дает

$T_{15}.\ (t)\ell t' \to \ell t'$

$T_{16}.\ (t')\ell t' \to \ell t'$

$T_{17}.\ (T')\ell t' \to \ell t'$

$T_{18}.\ (a)\ell t' \to \ell t'$

$T_{19}.\ (\ell t)\ell t' \to \ell t'$

$T_{20}.\ (\ell t')\ell t' \to \ell t'$

$T_{21}.\ (\ell a)\ell t' \to \ell t'$

И, наконец, аксиома A_8 с помощью нашего правила приводит к

$T_{22}.\ (t)\ell a \to \ell a$

$T_{23}.\ (t')\ell a \to \ell a$

$T_{24}.\ (T')\ell a \to \ell a$

$T_{25}.\ (a)\ell a \to \ell a$

$T_{26}.\ (\ell t)\ell a \to \ell a$

$T_{27}.\ (\ell t')\ell a \to \ell a$

$T_{28}.\ (\ell a)\ell a \to \ell a$

Правило $R_{a-\ell t}$ применимо, прежде всего, к аксиоме A_9. Это дает:

$T_{29}.\ (t)t \to t$

$T_{30}.\ (t')t \to t$

$T_{31}.\ (\ell t)t \to t$

$T_{32}.\ (\ell t')t \to t$

$T_{33}.\ (\ell a)t \to t$

Применяя его к аксиоме A_{12}, получим:

$T_{34}.\ (t)\mathcal{L}t \to \mathcal{L}t$

$T_{35}.\ (t')\mathcal{L}t \to \mathcal{L}t$

$T_{36}.\ (\mathcal{L}t)\mathcal{L}t \to \mathcal{L}t$

$T_{37}.\ (\mathcal{L}t')\mathcal{L}t \to \mathcal{L}t$

$T_{38}.\ (\mathcal{L}a)\mathcal{L}t \to \mathcal{L}t$

Перейдем к следующему правилу $R_{a-\mathcal{L}t'}$. Применительно к аксиоме A_{10} оно дает:

$T_{39}.\ (t')T' \to t'$

$T_{40}.\ (\mathcal{L}t')T' \to t'$

$T_{41}.\ (\mathcal{L}a)T' \to t'$

Соответственно аксиома A_{11} приводит к:

$T_{42}.\ (t')A \to a$

$T_{43}.\ (\mathcal{L}t')A \to a$

$T_{44}.\ (\mathcal{L}a)A \to a$

Следующим правилом будет $R_{T'-A}$. Оно дает:

$T_{45}.\ (A)\mathcal{L}t \to \emptyset\ [A_1]$

$T_{46}.\ (A)t \to \emptyset\ [A_2]$

$T_{47}.\ (A)T' \to \emptyset\ [A_3]$

$T_{48}.\ (A)A \to \emptyset\ [A_4]$

Итак, мы получем 48 теорем. Совместно с I2 аксиомами это дает 60 соотношений. Вне применимости наших правил остались 4 соотношения:

$$(t)T'\ ;\quad (t)A\ ;\quad (\mathcal{L}t)T'\ ;\quad (\mathcal{L}t)A$$

В работе [26] сформулирован и обоснован путем анализа определений категорий "вещь", "свойство", "отношение" принцип двойственности, согласно которому двойственные преобразования относительно пары "свойство" - "отношение", сохраняют истинность утверждений в состав которых входит эта пара. Этот принцип используем в виде нового правила вывода, который назовем правилом двойственности.

$R_{\mathcal{D}}$. Если в утверждении мы имеем пару - "вещь" и "свойство", то можем осуществить двойственное преобразование, превратив "вещь" в "свойство", а "свойство" в "вещь".

Вновь обратим внимание на то, что невозможная вещь $\emptyset$ не может быть отнесена к той паре, которую мы имеем. Иметь ее вообще невозможно и ее символ используется лишь в качестве средства, упрощающего сложные синтетические конструкции.

Используя правило $R_{\mathcal{D}}$, получим следующие теоремы атрибутивного синтеза:

$$T_{49}. \quad (t)A \rightarrow \emptyset \qquad [T_{46}]$$

$$T_{50}. \quad (t)T' \rightarrow \emptyset \qquad [A_2]$$

$$T_{51}. \quad (\ell t)A \rightarrow \emptyset \qquad [T_{45}]$$

$$T_{52}. \quad (\ell t)T' \rightarrow \emptyset \qquad [A_1]$$

Если посылки утверждают, что произвольная вещь не может обладать заранее заданным свойством, то смысл полученных теорем в том, что заранее заданная вещь не может обладать произвольным свойством. То и другое вполне приемлемо с интуитивной точки зрения.

Подытожим полученные результаты в виде сводной таблицы:

свойства / вещи	Lt	t	Lt'	t'	La	a	T'	A
Lt	Lt	t	Lt'	t'	La	a	$\varnothing$	$\varnothing$
t	Lt	t	Lt'	t'	La	a	$\varnothing$	$\varnothing$
Lt'	Lt	t	Lt'	t'	La	a	t'	a
t'	Lt	t	Lt'	t'	La	a	t'	a
La	Lt	t	Lt'	t'	La	a	t'	a
a	$\boxed{Lt}$	$\boxed{t}$	Lt'	t'	La	a	$\boxed{t'}$	$\boxed{a}$
T'	$\boxed{\varnothing}$	$\boxed{\varnothing}$	Lt'	t'	La	a	$\boxed{\varnothing}$	$\boxed{\varnothing}$
A	$\varnothing$	$\varnothing$	$\boxed{Lt'}$	$\boxed{t'}$	$\boxed{La}$	$\boxed{a}$	$\varnothing$	$\varnothing$

В рамках, как и выше, соотношения, выбранные в качестве аксиом.

С. Реляционный синтез.

С реляционным синтезом мы имеем дело, тогда, когда одна вещь (реляционная компонента реляционного синтеза) устанавливается в качестве отношения в другой вещи (реистическая компонента реляционного синтеза) Например, в качестве такого синтеза можно рассматривать установление взаимно-однозначного соответствия между элементами двух множеств A и B. В связи с последним примером отметим существенное отличие между обычным и приведенным выше пониманием операции. Согласно обычному пониманию, если мы сопоставляем два множества, то одно из них – операнд, а другое – результат операции. В нашем случае оба множества – и операнд, и результат операции. Различие заключается в том, что во втором случае между элементами обоих множеств установлено требуемое соответствие.

Схему реляционного синтеза можно выразить в виде:

реляционная компонента (реистическая компонента) ⟶ результат реляционного синтеза.

Для формулирования правил реляционного синтеза можно использовать основное свойство отношений, отличающее отношение от свойства, а именно способность отношения образовывать новые объекты из тех, между которыми они устанавливаются [31, стр.38], [26]. Однако здесь есть один случай, применительно к которому возникает существенная трудность. Этой трудности не было в исчислении слабой импликации, поэтому ее можно было обойти в работе [24], но этого нельзя сделать в том построении, которое здесь рассматривается. Речь идет об установлении отношения t в том же самом объекте t. На первый взгляд в этом случае операция реляционного синтеза лишена смысла. Однако это не так. Каждая вещь может быть рассмотрена как результат установления отношения, образуемого этой вещью в ней же самой. Проще всего это показать на геометрических объектах. Линия может быть рассмотрена как отношение, удовлет-

ворящее формуле этой линии между ее элементами, то есть точками, составляющими эту линию. Таким образом будем иметь $t(t) \rightarrow t$.
Однако это соотношение противоречит приведенному выше основному свойству отношения, поскольку в этом случае установление отношения не производит новой вещи. Средством разрешения подобного рода противоречий является понятие вырождения. Обычно считается, что одноместное отношение вырождается в свойство. Можно привести ряд аргументов против такой точки зрения. [31, стр. 38,40], [32] .
Отношение, так же как и свойство, может быть как многоместным, так и одноместным. Вырождение отношения в свойство происходит при иных условиях, а именно в том случае, когда это отношение совпадает с тем объектом, в котором оно устанавливается.

Основываясь на вышеприведенных соображениях, сформулируем следующие аксиомы реляционного синтеза.

$$A_1.\quad t(t) \rightarrow \ell t$$

$$A_2.\quad t'(t) \rightarrow \ell t'$$

$$A_3.\quad t(t') \rightarrow \ell a$$

Различие в аксиомах A_2 и A_3 фиксирует ассиметрию отношения между вещами и отношениями. Если отношение не тождественно субстрату, то оно образует вещь от него отличную и не может образовать ту же самую вещь. Поэтому в консеквенте второй аксиомы мы имеем не t' и не a , но $\ell t'$. В то же время, если отношение установлено в субстрате от него отличном, например, отношение треугольника в некоторых материальных объектах, то в результате мы будем иметь не что иное как треугольник. Скажут, что геометрическое отношение не может быть воспроизведено в материальных телах. Но это не так. Центры Земли, Луны и Солнца образуют самый настоящий трегольник. Вместе с тем отношение ревности x и y относительно z еще не делает из этих объектов ревность. Поэтому в консеквенте третьей аксиомы мы имеем определенную вещь – ℓa.

Все это очень интересно и заслуживает подробного рассмотрения на содержательном уровне. Но нашей задачей сейчас является формализованное построение, и мы обещаем такое рассмотрение в будущем, если оно к тому времени уже не будет сделано читателем.

$$A_4. \quad a(t) \rightarrow \ell a$$

$$A_5. \quad t(a) \rightarrow \ell a$$

Эти аксиомы очевидны и не требуют особых пояснений. Ограничительный оператор в консеквенте кладет конец надеждам получить из данных вещей или с помощью данного отношения любую вещь, какую нам захочется.

$$A_6. \quad A(t) \rightarrow \emptyset$$

Невозможно в определенной вещи установить любое отношение.

$$A_7. \quad t(A) \rightarrow \emptyset$$

Невозможно определенное отношение установить в любой вещи.

Следующая аксиома относится к объекту неопределенному:

$$A_8. \quad a(a) \rightarrow a$$

Здесь мы не исключаем тот случай, что удается найти такие объекты и такие отношения, из которых может быть получено все, что угодно, хотя в этом и можно сомневаться. Но пока есть только сомнения и нет доказательства, в консеквенте восьмой аксиомы не будет ограничительного оператора. Могут сказать, что если нет ограничительного оператора в восьмой аксиоме, его не должно быть и в четвертой и пятой, поскольку, найдя искомые вещи или отношения, мы можем их зафиксировать. Однако зафиксированные они перестали бы выполнять рассматриваемую роль. Для того, чтобы осуществлять "сведение", нам всегда потребуется выход за рамки первоначально зафиксированного Это тоже все очень интересно в плане диалектики, но к сожалению здесь нет места для более подробного обсуждения этого вопроса.

$$A_3. \quad A(A) \rightarrow \emptyset$$

Смысл этой аксиомы заключается в установлении связи между определенностью вещей и отношений. Связь эта имеет здесь отрицательную форму выражения. Любое отношение не может быть установлено в любой вещи.

Теперь сформулируем правила, с помощью которых из наших аксиом можно получить соответствующие теоремы.

R_{ℓ}. Правило ограничительного оператора: Ограничительный оператор может быть навешен на любую компоненту реляционного синтеза.

Смысл этого правила заключается в том, что ограничение степени неопределенности, связанное с навешиванием ограничительного оператора, не приводит к изменению результата реляционного синтеза. Этот результат не становится более определенным, поскольку, либо эта определенность является уже предельной (ℓt) , либо, если это не так, то та неопределенность, которая возникает вследствие неопределенности того, каким образом отношения соотносятся с вещами не может быть ограничена вследствие ограничения накладываемого на сами эти отношения или вещи. Эта проблема также нуждается в серьезном философском истолковании, что выходит за пределы настоящей работы.

При помощи правила R_{ℓ} получим следующие теоремы:

$$T_1. \quad t(\ell t) \rightarrow \ell t \quad [A_1]$$

$$T_2. \quad \ell t(t) \rightarrow \ell t \quad [A_1]$$

$T_3.$ $\ell t(\ell t) \rightarrow \ell t$ [T_1][T_2]

$T_4.$ $t'(\ell t) \rightarrow \ell t'$ [A_2]

$T_5.$ $\ell t'(t) \rightarrow \ell t'$ [A_2]

$T_6.$ $\ell t'(\ell t) \rightarrow \ell t$ [T_4][T_5]

$T_7.$ $t(\ell t') \rightarrow \ell a$ [A_3]

$T_8.$ $\ell t(t') \rightarrow \ell a$ [A_3]

$T_9.$ $\ell t(\ell t') \rightarrow \ell a$ [T_7][T_8]

$T_{10}.$ $a(\ell t) \rightarrow \ell a$ [A_4]

$T_{11}.$ $\ell a(t) \rightarrow \ell a$ [A_4]

$T_{12}.$ $\ell a(\ell t) \rightarrow \ell a$ [T_{10}][T_{11}]

$T_{13}.$ $t(\ell a) \rightarrow \ell a$ [A_5]

$T_{14}.$ $\ell t(a) \rightarrow \ell a$ [A_5]

$T_{15}.$ $\ell t(\ell a) \rightarrow \ell a$ [T_{13}][T_{14}]

Для доказательства следующих теорем нам требуется три правила подстановки.

$R_{a/t'}$. Вместо символа a в антецедент формули может быть подставлен символ t'.

$R_{A/T'}$. Вместо символа A в антецеденте формулы может быть подставлен символ T' .

Эти, аналогичные друг другу правила, говорят о том, что исключение заранее фиксированного объекта в компонентах реляционного синтеза не может сделать его результат более определенным как это выше было показано применительно к ограничительному оператору. В частности не может быть исключена таким образом возможность получения любой вещи. С другой стороны, естественно, что ограничение неопределенности компонент синтеза не может увеличить неопределенность его результата. Поэтому консеквент импликатии при указанных их в наших правилах подстановках остается без изменения. Приведем список теорем, которые доказываются с помощью правил $R_{\mathcal{L}}$ и $R_{a/t'}$, примененных к аксиоме A_8 .

T_{16}. $a(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(A_8)]$.

T_{17}. $a(t') \to a$ $[R_{a/t'}(A_8)]$

T_{18}. $a(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{17})]$

T_{19}. $\mathcal{L}a(\bar{a}) \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(A_8)]$

T_{20}. $t'(a) \to a$ $[R_{a/t'}(A_8)]$

T_{21}. $\mathcal{L}t'(a) \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{20})]$

T_{22}. $\mathcal{L}a(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{16})]$

T_{23}. $t'(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{a/t'}(T_{16})]$

$T_{24}.$ $\mathcal{L}t'(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{23})]$

$T_{25}.$ $\mathcal{L}a(t') \to a$ $[R_{a/t'}(T_{13})]$

$T_{26}.$ $t'(t') \to a$ $[R_{a/t'}(T_{17})]$

$T_{27}.$ $\mathcal{L}t'(t') \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{26})]$

$T_{28}.$ $\mathcal{L}a(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{18})]$

$T_{29}.$ $t'(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{26})]$

$T_{30}.$ $\mathcal{L}t'(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{29})]$

Перейдем к рассмотрению теорем, доказывающихся с помощью $R_{\mathcal{L}}$ и $R_{A/T'}$.

$T_{31}.$ $T'(t) \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(A_6)]$

$T_{32}.$ $A(\mathcal{L}t) \to \emptyset$ $[R_{\mathcal{L}}(A_6)]$

$T_{33}.$ $T'(\mathcal{L}t) \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(T_{32})][R_{\mathcal{L}}(T_{31})]$

$T_{34}.$ $t(T') \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(A_7)]$

$T_{35}.$ $\mathcal{L}t(A) \to \emptyset$ $[R_{\mathcal{L}}(A_7)]$

$T_{36}.$ $\mathcal{L}t(T') \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(T_{35})]$ $[R_{\mathcal{L}}(T_{34})]$

T_{37}. $A(T') \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(A_9)]$

T_{38}. $T'(A) \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(A_9)]$

T_{39}. $T'(T') \to \emptyset$ $[R_{A/T'}(T_{38})]$

$[R_{A/T'}(T_{37})]$

У нас остались не доказанными ряд теорем, для доказательства которых необходимо принять еще одно правило подстановки.

$R_{a/A}$. Если определенность какой-либо компоненты реляционного синтеза не ниже определенности a, то символ a в антецеденте может быть заменен на A.

Смысл этого правила заключается в том, что переход к более неопределенной компоненте реляционного синтеза не влияет не его результат, если только этот результат имеет смысл, то есть исключается получение невозможной вещи.

T_{40}. $a(A) \to a$ $[R_{a/A}(A_8)]$

T_{41}. $a(T') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{40})]$

T_{42}. $\mathcal{L}a(A) \to a$ $[R_{a/A}(T_{19})]$

T_{43}. $\mathcal{L}a(T') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{42})]$

T_{44}. $t'(A) \to a$ $[R_{a/A}(T_{20})]$

T_{45}. $t'(T') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{44})]$

T_{46}. $\mathcal{L}t'(A) \to a$. $[R_{a/A}(T_{21})]$

T_{47}. $\mathcal{L}t'(T') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{46})]$

В приведенной группе теорем все подстановки делались в реистическую компоненту реляционного синтеза. Аналогичные теоремы получим с помощью подстановок реляционной компоненты.

T_{48}. $A(a) \to a$ $[R_{a/A}(A_8)]$

T_{49}. $T'(a) \to a$ $[R_{A/T'}(T_{48})]$

T_{50}. $A(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{a/A}(T_{16})]$

T_{51}. $T'(\mathcal{L}a) \to a$ $[R_{A/T'}(T_{50})]$

T_{52}. $A(t') \to a$ $[R_{a/A}(T_{17})]$

T_{53}. $T'(t') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{52})]$

T_{54}. $A(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{a/A}(T_{18})]$

T_{55}. $T'(\mathcal{L}t') \to a$ $[R_{A/T'}(T_{54})]$

Суммируем полученные теоремы релиционного синтеза в сводной таблице:

отношения \ вещи	Lt	t	Lt'	t'	La	a	T'	A
Lt	Lt	Lt	Lt'	Lt'	La	La	$\varnothing$	$\varnothing$
t	Lt	$\boxed{Lt}$	Lt'	$\boxed{Lt'}$	La	$\boxed{La}$	$\varnothing$	$\boxed{\varnothing}$
Lt'	La	La	a	a	a	a	a	a
t'	La	$\boxed{La}$	a	a	a	a	a	a
La	La	La	a	a	a	a	a	a
a	La	La	a	a	a	$\boxed{a}$	a	a
T'	$\varnothing$	$\varnothing$	a	a	a	a	$\varnothing$	$\varnothing$
A	$\varnothing$	$\boxed{\varnothing}$	a	a	a	a	$\varnothing$	$\boxed{\varnothing}$

Рамками, как и прежде, выделены аксиомы.

§ 4. Операции анализа в языке тернарного описания. Правила их осуществления.

А. Реистический анализ.

Так же, как и в случае ЯТО-I, теоремы реистического анализа будем доказывать с помощью правила синтеза консеквентов, которое будем называть правилом реистического анализа.

R^{rA}. Если две импликации имеют один и тот же антецедент, то можно получить третью импликацию с тем же антецедентом и консеквентом, представляющим собой реистический синтез консеквентов двух предшествующих импликаций.

Рассмотрим простые импликации, которые имеют в качестве антецедента t. На основе общей аксиомы $t \to \ell t'$ и общих теорем в качестве консеквентов для антецедента t можно указать t, t', a, $\ell t'$, ℓa.

Построим декартово произведение этого множества самого на себя:

t	t	t'	a	$\ell t'$	ℓa
t	tt	tt'	ta	$t\ell t'$	$t\ell a$
t'	$t't$	$t't'$	$t'a$	$t'\ell t'$	$t'\ell a$
a	at	at'	aa	$a\ell t'$	$a\ell a$
$\ell t'$	$\ell t't$	$\ell t't'$	$\ell t'a$	$\ell t'\ell t'$	$\ell t'\ell a$
ℓa	ℓat	$\ell at'$	ℓaa	$\ell a\ell t'$	$\ell a\ell a$

Каждый элемент полученного декартова произведения будет соответствовать консеквенту импликации, выражающей реистический анализ. Соответствующие теоремы будем обозначать с помощью нижнего индекса, указывающего на анализируемый объект и на номер строки и столбца в матрице декартова произведения. Например,

T_{t11} обозначает $t \to tt$

T_{t12} обозначает $t \to tt'$

T_{t35} обозначает $t \to aLa$

Декартово произведение для t' содержит всего 4 элемента.

t'	t'	a
t'	$t't'$	$t'a$
a	at'	aa

Соответствующие теоремы легко могут быть выписаны.

$T_{t'11}$ $t' \to t't'$

$T_{t'12}$ $t' \to t'a$

$T_{t'21}$ $t' \to at'$

$T_{t'22}$ $t' \to aa$

Аналогичную ситуацию будем иметь для T'.

T'	t'	a
t'	$t't'$	$t'a$
a	at'	aa

$T_{T'_{11}}$ $\quad T' \to t't'$

$T_{T'_{12}}$ $\quad T' \to t'a$

$T_{T'_{21}}$ $\quad T' \to at'$

$T_{T'_{22}}$ $\quad T' \to aa$

Для a будем иметь единственную теорему T_a : $a \to aa$. Для A их вновь будет четыре, соответствующие таблице:

A	t'	a
t'	$t't'$	$t'a$
a	at'	aa

Таблица для $\mathcal{L}t$ будет содержать 36 клеток:

Lt	t	t'	a	Lt	Lt'	La
t	tt	tt'	ta	tLt	tLt'	tLa
t'	t't	t't'	t'a	t'Lt	t'Lt'	t'La
a	at	at'	aa	aLt	aLt'	aLa
Lt	Ltt	Ltt'	Lta	LtLt	LtLt'	LtLa
Lt'	Lt't	Lt't'	Lt'a	Lt'Lt	Lt'Lt'	Lt'La
La	Lat	Lat'	Laa	LaLt	LaLt'	LaLa

Вот примеры соответствующих теорем

$$T_{Lt\,13}. \qquad Lt \rightarrow ta$$

$$T_{Lt\,33}. \qquad Lt \rightarrow aa$$

Таблица для Lt' имеет вид:

Lt'	t'	a	Lt'	La
t'	t't'	t'a	t'Lt'	t'La
a	at'	aa	aLt'	aLa
Lt'	Lt't'	Lt'a	Lt'Lt'	Lt'La
La	Lat'	Laa	LaLt'	LaLa

И, наконец, для La имеем:

La	a	La
a	aa	aLa
La	Laa	LaLa

Пример теоремы:

$$T_{La\,22}. \quad La \rightarrow LaLa$$

Понятно, что каждая из компонент результата реистического анализа может быть проанализирована далее. Например, на основе последней из вышеприведенных таблиц можно получить импликатии:

$La \rightarrow LaLa$, $La \rightarrow aaLa$, $La \rightarrow aLaLa$ и т.д.

Продолжая процесс анализа, можно получить $La \rightarrow aaLaa$, $La \rightarrow aaaa$, $La \rightarrow aLaLaa$ и т.д. Таким образом, могут быть получены импликатии с консеквентами любой длины.

~~В.~~ Атрибутивный анализ.

Основные теоремы атрибутивного анализа могут быть получены с помощью общих правил R_1 , R_{2ded} , R_3 , R_4 ,сформулированных выше применительно к простым импликатиям. Правила R_{2ded} и R_4 могут быть применены к данному случаю без изменения. Что же касается правил R_1 и R_3 , то здесь требуются известные уточнения в связи с тем, что, в отличие от простых импликатий, в консеквенте формул, выражающих атрибутивный анализ, имеют место два символа - один, обозначающий вещь, и другой - обозначающий свойство. Уточнение R_3 будет заключаться в том, что его можно применять лишь в том случае, если нет ограничительного оператора перед символом, обозначающим свойство, то есть - атрибутивной компонентой консеквента. Далее, в обеих частях формулы ограничительный оператор должен приписываться к символам, обозначающим вещь, или, соответственно, сниматься с этих символов. Ошибочный результат может быть получен в том случае, если в антецеденте будет ограничиваться вещь а в консеквенте - свойство.

Уточненное правило R_1 будет иметь следующий вид.

R_1'. Если какая-либо из компонент консеквента, предметная или атрибутивная, является антецедентом другой импликатии, то верна импликатия, антецедентом которой является антецедент первой импликатии, а консеквентом - ее же консеквент с заменой одной компоненты консеквентом импликатии, в которой эта компонента является антецедентом.

Например, если есть $t \rightarrow (t)t$ и верно, что $t \rightarrow t'$, то будет верно $t \rightarrow (t)t'$ и $t \rightarrow (t')t$.

Возьмем содержательный пример применения этого правила к атрибутивной компоненте.

Если есть человек, то есть человек, обладающий свойством быть человеком. Но свойство быть человеком влечет за собой свойство смертности, которое отлично от "быть человеком". Наше правило дает правило на вывод о том, что если есть человек, то есть человек, обладающий свойством смертности. Мы видим, что в качестве частного случая нашего правила может рассматриваться знаменитое *nota notae est nota rei ipsius* (признак признака есть признак самой вещи).

Применение R_1 к предметной компоненте иллюстрируем следующим примером. Железо (t) обладает свойством быть железом $(t)t$. Но имея железо, мы имеем тем самым металл (t'). Об этом металле можно сказать, что оно железо. Важно отметить, что речь идет об <u>этом металле</u>, а не о металле вообще. Металл вообще, любой металл в нашем языке был бы обозначен символом A, а импликатия $t \rightarrow A$ неправомерна.

Тот факт, что правила R_1 и R_3 имеют применительно к атрибутивному анализу модифицированный характер, отображается с помощью штриха. В модифицированном виде эти правила будут обозначаться R_1', R_3'.

Для того, чтобы использовать принятые нами правила, необходимо иметь исходные формулы в качестве аксиом. Эти аксиомы получим путем соответствующей модификации аксиом атрибутивного анализа ЯТО-I. Модифицированные аксиомы $Bb_1 - Bb_4$ будут иметь следующий вид:

$$A \rightarrow (a)a$$

$$A \rightarrow (t')a$$

$$A \rightarrow (t')t'$$

$$A \rightarrow (a)t'$$

Модификация аксиом здесь сводится к замене символа a в антецеденте символом A. Смысл при этом сохраняется, поскольку, согласно определению A, этот символ имеет то же значение, которое имеет в ЯТО-I символ a, стоящий в антеценденте.

Аксиомы $Bb_5 - Bb_7$ могут быть усилены с помощью ограничительного оператора следующим образом.

$$\mathcal{L}t \rightarrow (t)t$$

$$\mathcal{L}t \rightarrow (t)a$$

$$\mathcal{L}t \rightarrow (a)t$$

Принятие правила R_1' дает возможность установить связи между этими положениями и в качестве независимых аксиом рассматривать лишь две:

$$A_1^{aA}. \quad A \rightarrow (t')t'$$

$$A_2^{aA}. \quad \mathcal{L}t \rightarrow (t)t$$

Остальные положения будут выводится из приведенных в качестве теорем. Поскольку в этих выводах будут использованы как теоремы атрибутивного анализа, так и общие теоремы, для избежания смешения тех и других, теоремы атрибутивного анализа, как и аксиомы, будут выделяться с помощью индекса aA.

T_1^{aA}. $A \to (a)t'$ $[R_1'(A_1^{aA}, T_2)]$

T_2^{aA}. $A \to (t')a$ $[R_1'(A_1^{aA}, T_2)]$

T_3^{aA}. $A \to (a)a$ $[R_1'(A_1^{aA}, T_2)]$

T_4^{aA}. $\ell t \to (t)a$ $[R_1'(A_2^{aA}, T_1)]$

T_5^{aA}. $\ell t \to (a)t$ $[R_1'(T_4^{aA}, T_1)]$

Из этих положений с помощью правил R_{2ded}, R_3' ; R_4 можно вывести следующие теоремы:

T_6^{aA}. $t \to (a)a$ $[R_{2ded}(T_3^{aA})]$

T_7^{aA}. $t' \to (a)a$ $[R_{2ded}(T_3^{aA})]$

T_8^{aA}. $T' \to (a)a$ $[R_{2ded}(T_3^{aA})]$

T_9^{aA}. $a \to (a)a$ $[R_{2ded}(T_3^{aA})]$

T_{10}^{aA}. $t \to (t')a$ $[R_{2ded}(T_2^{aA})]$

T_{11}^{aA}. $t' \to (t')a$ $[R_{2ded}(T_2^{aA})]$

T_{12}^{aA}. $\underline{T'} \to (t')a$ $[R_{2ded}(T_2^{aA})]$

T_{13}^{aA}. $a \to (t')a$ $[R_{2ded}(T_2^{aA})]$

T_{14}^{aA}. $t \to (t')t'$ $[R_{2ded}(A_1^{aA})]$

T_{15}^{aA}. $t' \to (t')t'$ $[R_{2ded}(A_1^{aA})]$

T_{16}^{aA}. $T' \to (t')t'$ $[R_{2ded}(A_1^{aA})]$

T_{17}^{aA}. $a \to (t')t'$ $[R_{2ded}(A_1^{aA})]$

T_{18}^{aA}. $t \to (a)t'$ $[R_{2ded}(T_1^{aA})]$

T_{19}^{aA}. $t' \to (a)t'$ $[R_{2ded}(T_1^{aA})]$

T_{20}^{aA}. $T' \to (a)t'$ $[R_{2ded}(T_1^{aA})]$

T_{21}^{aA}. $a \to (a)t'$ $[R_{2ded}(T_1^{aA})]$

T_{22}^{aA}. $t \to (t)t$ $[R_4(A_2^{aA})]$

T_{23}^{aA}. $\mathcal{L}t \to (\mathcal{L}t)t$ $[R_3'(T_{22}^{aA})]$

T_{24}^{aA}. $t \to (t)a$ $[R_4(T_4^{aA})]$

T_{25}^{aA}. $\mathcal{L}t \to (\mathcal{L}t)a$ $[R_3'(T_{24}^{aA})]$

T_{26}^{aA}. $t \to (a)t$ $[R_4(T_5^{aA})]$

T_{27}^{aA}. $\mathcal{L}t \to (\mathcal{L}a)t$ $[R_3'(T_{26}^{aA})]$

Дальнейшие теоремы атрибутивного анализа классифицируются в соответствии с тем, какой объект анализируется. Начнем с t. Возьмем две дополнительные аксиомы:

A_3^{aA}. $\quad t \to (t)\mathcal{L}t'$

A_4^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}t')t$

Применяя правило R_1', получаем следующие теоремы:

T_{28}^{aA}. $\quad t \to (t)t' \quad [R_1'(T_{22}^{aA}, T_{13})]$

T_{29}^{aA}. $\quad t \to (t')t \quad [R_1'(T_{22}^{aA}, T_{13})]$

T_{30}^{aA}. $\quad t \to (t')\mathcal{L}t' \quad [R_1'(A_3^{aA}, T_{13})]$

T_{31}^{aA}. $\quad t \to (a)\mathcal{L}t' \quad [R_1'(T_{30}^{aA}, T_2)][R_1'(A_3^{aA}, T_1)]$

T_{32}^{aA}. $\quad t \to (t)\mathcal{L}a \quad [R_1'(A_3^{aA}, T_6)]$

T_{33}^{aA}. $\quad t \to (t')\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{32}^{aA}, T_{13})][R_1'(T_{30}^{aA}, T_6)]$

T_{34}^{aA}. $\quad t \to (a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{33}^{aA}, T_2)][R_1'(T_{32}^{aA}, T_1)]$

T_{35}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}t')\mathcal{L}t' \quad [R_1'(A_4^{aA}, A_1)]$

T_{36}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}a)\mathcal{L}t' \quad [R_1'(T_{35}^{aA}, T_6)]$

T_{37}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}t')\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{35}^{aA}, T_6)]$

T_{38}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{37}^{aA}, T_6)][R_1'(T_{36}^{aA}, T_2)]$

T_{39}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}a)t \quad [R_1'(A_4^{aA}, T_6)]$

T_{40}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}t')t' \quad [R_1'(A_4^{aA}, T_{13})]$

T_{41}^{aA}. $\quad t \to (\mathcal{L}a)t' \quad [R_1'(T_{40}^{aA}, T_6)][R_1'(T_{39}^{aA}, T_{13})]$

T^{aA}_{42}. $\quad t \to (\ell t')a \quad [R_1'(T^{aA}_{40}, T_2)][R_1'(T^{aA}_{35}, T_{10})]$

T^{aA}_{43}. $\quad t \to (\ell a)a \quad [R_1'(T^{aA}_{42}, T_6)][R_1'(T^{aA}_{36}, T_{10})]$

Для удобства обозрения всех положений – аксиом и теорем, относящихся к атрибутивному анализу t составим таблицу, в клетках которой запишем результаты атрибутивного анализа t. Клетки, соответствующие аксиомам, обведем жирной линией.

t	t	t'	T'	a	A	ℓt	$\ell t'$	ℓa
t	$(t)t$	$(t)t'$		$(t)a$			$\boxed{(t)\ell t'}$	$(t)\ell a$
t'	$(t')t$	$(t')t'$		$(t')a$			$(t')\ell t'$	$(t')\ell a$
T'								
a	$(a)t$	$(a)t'$		$(a)a$			$(a)\ell t'$	$(a)\ell a$
A								
ℓt								
$\ell t'$	$\boxed{(\ell t')t}$	$(\ell t')t'$		$(\ell t')a$			$(\ell t')\ell t'$	$(\ell t')\ell a$
ℓa	$(\ell a)t$	$(\ell a)t'$		$(\ell a)a$			$(\ell a)\ell t'$	$(\ell a)\ell a$

Следующим объектом, применительно к которому рассматривается атрибутивный анализ, пусть будет A. Одна из формул атрибутивного анализа A представляет собой A_1^{aA}. Три другие следствия из этой аксиомы: T_1^{aA}, T_2^{aA}, T_3^{aA}.

Сформулируем еще одну аксиому A_5^{aA}: $A \longrightarrow (t')\mathcal{L}a$.

Из нее следует

$$T_{44}^{aA}. \quad A \longrightarrow (a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(A_5^{aA}, T_2)].$$

Несмотря на то, что формул, относящихся к анализу A значительно меньше, чем формул, относящихся к анализу t, построим и для этого случая таблицу, аналогичную предыдущей:

A	t	t'	T'	a	A	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
t								
t'		$\boxed{(t')t'}$		$(t')a$				$\boxed{(t')\mathcal{L}a}$
T'								
a		$(a)t'$		$(a)a$				$(a)\mathcal{L}a$
A								
$\mathcal{L}t$								
$\mathcal{L}t'$								
$\mathcal{L}a$								

Применительно к атрибутивному анализу t' четыре соотношения были получены выше в качестве теорем. Это: T_7^{aA}, T_{11}^{aA}, T_{16}^{aA}, T_{19}^{aA}. К ним добавим теорему, которая является следствием аксиомы, только что принятой для A.

$$T_{45}^{aA}. \quad t' \longrightarrow (t')\mathcal{L}a \quad [R_{2ded}(A_5^{aA})]$$

Из нее в свою очередь следует

$$T_{46}^{aA}. \quad t' \longrightarrow (a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{45}^{aA}, T_2)]$$

Полученные соотношения представим в таблице:

t'	t	t'	T'	a	A	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
t								
t'		$(t')t'$		$(t')a$				$(t')\mathcal{L}a$
T'								
a		$(a)t'$		$(a)a$				$(a)\mathcal{L}a$
A								
$\mathcal{L}t$								
$\mathcal{L}t'$								
$\mathcal{L}a$								

Для T' формулы атрибутивного анализа совершенно аналогичны формулы для t'.

Докажем теорему

T_{47}^{aA}. $\quad T' \to (t')\ell a \quad [R_{2ded}(A_5^{aA})]$

Из которой следует

T_{48}^{aA}. $\quad T' \to (a)\ell a \quad [R_1'(A_5^{aA}, T_2)]$.

Таблица получается такая же, как и предыдущая, поэтому мы ее приводить не будем.

Для a нельзя сформулировать дополнительных положений. Возможности анализа a определяются теми четырьмя положениями, которые приведены в числе уже полученных теорем. Таблица для a получается из предыдущей перечеркиванием последнего столбца.

Для ℓt многообразие возможностей атрибутивного анализа гораздо больше. Однако для его раскрытия требуется всего одна дополнительная аксиома:

A_6^{aA}. $\quad \ell t \to (\ell t)\ell t$.

Приведем список теорем:

T_{49}^{aA}. $\quad \ell t \to (\ell a)a \quad [R_1'(T_{25}^{aA}, T_5)]$

T_{50}^{aA}. $\quad \ell t \to (a)a \quad [R_1'(T_{49}^{aA}, A_6)]$

T_{51}^{aA}. $\quad \ell t \to (t)\ell t \quad [R_1'(A_6^{aA}, A_3)]$

T_{52}^{aA}. $\quad \ell t \to (a)\ell t \quad [R_1'(T_{51}^{aA}, T_1)]$

T_{53}^{aA}. $\quad \ell t \to (\ell a)\ell t \quad [R_1'(A_6^{aA}, T_5)]$

T_{54}^{aA}. $\quad \ell t \to (\ell t)\ell a \quad [R_1'(A_6^{aA}, T_5)]$

T_{55}^{aA}. $\quad \ell t \to (\ell a)\ell a \quad [R_1'(T_{54}^{aA}, T_5)]$

T_{56}^{aA}. $\quad \ell t \to (t)\ell a \quad [R_1'(T_{54}^{aA}, A_3)]$

$T_{57}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{54}^{aA}, T_9)]$

$T_{58}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')t \quad [R_1'(A_2^{aA}, T_{13})]$

$T_{59}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t)t' \quad [R_1'(A_2^{aA}, T_{13})]$

$T_{60}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')t' \quad [R_1'(T_{58}^{aA}, T_{13})][R_1'(T_{59}^{aA}, T_{13})]$

$T_{61}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')a \quad [R_1'(T_4^{aA}, T_{13})]$

$T_{62}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (a)t' \quad [R_1'(T_5^{aA}, T_{13})]$

$T_{63}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (\mathcal{L}t')t \quad [R_1'(T_{23}^{aA}, T_{20})]$

$T_{64}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (\mathcal{L}t)t' \quad [R_1'(T_{23}^{aA}, T_{13})]$

$T_{65}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (\mathcal{L}t')t' \quad [R_1'(T_{63}^{aA}, T_{13})][R_1'(T_{64}^{aA}, T_{20})]$

$T_{66}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (\mathcal{L}a)t' \quad [R_1'(T_{27}^{aA}, T_{13})]$

$T_{67}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (\mathcal{L}t')a \quad [R_1'(T_{27}^{aA}, T_2)]$

$T_{68}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')\mathcal{L}t \quad [R_1'(T_{51}^{aA}, T_{13})]$

$T_{69}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t)\mathcal{L}t \quad [R_1'(T_{51}^{aA}, T_{20})]$

$T_{70}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')\mathcal{L}t' \quad [R_1'(T_{69}^{aA}, T_{13})][R_1'(T_{68}^{aA}, T_{20})]$

$T_{71}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (t')\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{56}^{aA}, T_{13})]$

$T_{72}^{aA}.\quad \mathcal{L}t \rightarrow (a)\mathcal{L}t' \quad [R_1'(T_{52}^{aA}, T_{20})]$

$$T^{aA}_{73}. \quad \ell t \longrightarrow (\ell t')\ell t \quad [R'_1(A^{aA}_6, T_{20})]$$

$$T^{aA}_{74}. \quad \ell t \longrightarrow (\ell t)\ell t' \quad [R'_1(A^{aA}_6, T_{20})]$$

$$T^{aA}_{75}. \quad \ell t \longrightarrow (\ell t')\ell t' \quad [R'_1(T^{aA}_{73}, T_{20})][R'_1(T^{aA}_{74}, T_{20})]$$

$$T^{aA}_{76}. \quad \ell t \longrightarrow (\ell t')\ell a \quad [R'_1(T^{aA}_{54}, T_{20})]$$

$$T^{aA}_{77}. \quad \ell t \longrightarrow (\ell a)\ell t' \quad [R'_1(T^{aA}_{53}, T_{20})]$$

Для обзора полученных соотношений в данном случае сводная таблица будет весьма полезна.

ℓt	t	t'	T'	a	A	ℓt	$\ell t'$	ℓa
t	$\boxed{(t)t}$	$(t)t'$		$(t)a$		$(t)\ell t$	$(t)\ell t'$	$(t)\ell a$
t'	$(t')t$	$(t')t'$		$(t')a$		$(t')\ell t$	$(t')\ell t'$	$(t')\ell a$
T'								
a	$(a)t$	$(a)t'$		$(a)a$		$(a)\ell t$	$(a)\ell t'$	$(a)\ell a$
A								
ℓt	$(\ell t)t$	$(\ell t)t'$		$(\ell t)a$		$\boxed{(\ell t)\ell t}$	$(\ell t)\ell t'$	$(\ell t)\ell a$
$\ell t'$	$(\ell t')t$	$(\ell t')t'$		$(\ell t')a$		$(\ell t')\ell t$	$(\ell t')\ell t'$	$(\ell t')\ell a$
ℓa	$(\ell a)t$	$(\ell a)t'$		$(\ell a)a$		$(\ell a)\ell t$	$(\ell a)\ell t'$	$(\ell a)\ell a$

Аксиомы, как и выше, выделены рамками.

Правила атрибутивного анализа для $\mathcal{L}t'$ в числе основных аксиом и теорем вообще не попали, поскольку не имели своего аналога в ЯТОМI. Из основных теорем атрибутивного анализа с помощью правила R_3' могут быть получены следующие четыре теоремы.

$$T_{78}^{aA}:\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}t')t' \qquad [R_3'(T_{10}^{aA})]$$

$$T_{79}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}a)t' \qquad [R_3'(T_{19}^{aA})]$$

$$T_{80}^{aA}:\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}t')a \qquad [R_3'(T_{11}^{aA})]$$

$$T_{81}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}a)a \qquad [R_3'(T_{7}^{aA})]$$

Остальные теоремы выводятся с помощью правила транзитивности импликации из одной аксиомы:

$$A_7^{aA}:\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}t')\mathcal{L}t'.$$

$$T_{82}^{aA}:\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}a)\mathcal{L}t' \qquad [R_1'(A_7^{aA}, T_6)]$$

$$T_{83}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}t')\mathcal{L}a \qquad [R_1'(A_7^{aA}, T_6)]$$

$$T_{84}^{aA}:\quad \mathcal{L}t' \to (\mathcal{L}a)\mathcal{L}a \qquad [R_1'(T_{82}^{aA}, T_6)][R_1'(T_{83}^{aA}, T_6)]$$

$$T_{85}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (t')\mathcal{L}t' \qquad [R_1'(A_7^{aA}, A_4)]$$

$$T_{86}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (a)\mathcal{L}t' \qquad [R_1'(T_{85}^{aA}, T_2)]$$

$$T_{87}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (t')\mathcal{L}a \qquad [R_1'(T_{85}^{aA}, T_6)]$$

$$T_{88}^{aA}.\quad \mathcal{L}t' \to (a)\mathcal{L}a \qquad [R_1'(T_{87}^{aA}, T_2)][R_1'(T_{86}^{aA}, T_6)]$$

T^{aA}_{89}. $\mathcal{L}t' \to (t')t'$ $[R'_1(T^{aA}_{85}, A_4)]$

T^{aA}_{90}. $\mathcal{L}t' \to (a)t'$ $[R'_1(T^{aA}_{89}, T_2)]$

T^{aA}_{91}. $\mathcal{L}t' \to (t')a$ $[R'_1(T^{aA}_{89}, T_2)]$

T^{aA}_{92}. $\mathcal{L}t' \to (a)a$ $[R'_1(T^{aA}_{90}, T_2)][R'_1(T^{aA}_{91}, T_2)]$

Сводная таблица для формул атрибутивного анализа $\mathcal{L}t'$ будет иметь следующий вид:

$\mathcal{L}t'$	t	t'	T'	a	A	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
t								
t'		$(t')t'$		$(t')a$			$(t')\mathcal{L}t'$	$(t')\mathcal{L}a$
T'								
a		$(a)t'$		$(a)a$			$(a)\mathcal{L}t'$	$(a)\mathcal{L}a$
A								
$\mathcal{L}t$								
$\mathcal{L}t'$		$(\mathcal{L}t')t'$		$(\mathcal{L}t')a$			$\boxed{(\mathcal{L}t')\mathcal{L}t'}$	$(\mathcal{L}t')\mathcal{L}a$
$\mathcal{L}a$		$(\mathcal{L}a)t'$		$(\mathcal{L}a)a$			$(\mathcal{L}a)\mathcal{L}t'$	$(\mathcal{L}a)\mathcal{L}a$

Нам остался последний объект атрибутивного анализа $- \mathcal{L}a$. Сформулируем аксиому

$$A_8^{aA}. \quad \mathcal{L}a \rightarrow (\mathcal{L}a)\mathcal{L}a$$

Докажем теоремы:

$$T_{93}^{aA}. \quad \mathcal{L}a \rightarrow (\mathcal{L}a)a \quad [R_3'(T_9^{aA})]$$

$$T_{94}^{aA}. \quad \mathcal{L}a \rightarrow (a)a \quad [R_1'(T_{93}^{aA}, A_6)]$$

$$T_{95}^{aA}. \quad \mathcal{L}a \rightarrow (a)\mathcal{L}a \quad [R_1'(T_{94}^{aA}, A_6)]$$

Полученный результат представим в виде таблицы:

$\mathcal{L}a$	t	t'	T'	a	A	$\mathcal{L}t$	$\mathcal{L}t'$	$\mathcal{L}a$
t								
t'								
T'								
a				$(a)a$				$(a)\mathcal{L}a$
A								
$\mathcal{L}t$								
$\mathcal{L}t'$								
$\mathcal{L}a$				$(\mathcal{L}a)a$				$\boxed{(\mathcal{L}a)\mathcal{L}a}$

На этом заканчивается изложение правил атрибутивного анализа.

В. Реляционный анализ.

Будем исходить из следующих 8 аксиом реляционного анализа:

$A_1.\quad A \to t'(t')$

$A_2.\quad \mathcal{L}t \to t(t)$

$A_3.\quad t \to \mathcal{L}t'(t)$

$A_4.\quad t \to t(\mathcal{L}t')$

$A_5.\quad A \to \mathcal{L}a(t')$

$A_6.\quad \mathcal{L}t \to \mathcal{L}t(\mathcal{L}t)$

$A_7.\quad \mathcal{L}t' \to \mathcal{L}t'(\mathcal{L}t')$

$A_8.\quad \mathcal{L}a \to \mathcal{L}a(\mathcal{L}a)$

Первая аксиома означает, что любая вещь может быть представлена в виде некоторой вещи, отличной от наперед заданной с отношением, которой тоже отлично от этой, наперед заданной вещи. Но как быть, если наперед заданной оказалась та самая вещь, которую мы выбрали? Например, задан стол и в качестве любой мы взяли именно этот стол. Но в таком случае, имея стол, мы имеем и некоторую часть, скажем ножки, которая не есть стол и некоторое отношение между ножками, которые тоже не есть стол.

Вторая аксиома не может вызвать сомнений. Имея только одну фиксированную вещь, мы тем самым ее имеем.

В третьей аксиоме постулируется существование в данном конкретном объекте некоторых (не всех!) отношений, отличных от t. Смысл этого утверждения вполне ясен и сомнений не вызывает.

Следующая, четвертая аксиома говорит о том, что субстрат определенной вещи нельзя отождествлять с самой вещью. Та же самая вещь может быть реализована на разных субстратах, если будет то же отношение, отождествляемое с самой вещью. Например, имея прямоугольник, мы имеем отношение прямоугольника в некоторых объектах – досках, полах и т.д., которые, вообще говоря, отличны от него.

Если есть любой предмет, то конечно же есть и некоторый предмет отличный от t, в котором существуют некоторые, но не все отношения. Таков смысл пятой аксиомы.

Смысл остальных положений также понятен и их истинность не вызывает сомнений. Поэтому все они могут быть признаны в качестве аксиом реляционного анализа.

Рассмотрим вопрос о правилах. Применимость R_{ded} и R_4 к реляционному анализу очевидна, поскольку они имеют общий характер и не зависят от специфических черт данного типа анализа.

Сомнение может возникнуть в связи с R_3', поскольку с понятием отношения ассоциируется представление о фиксированном числе мест, а снятие или, наоборот, навешивание ограничительного оператора как будто бы может иметь значение в этом плане. Оставляя в стороне вопрос о том, является ли множество соотносящихся предметов действительно важнейшей характеристикой отношения, напомним, что ограничительный оператор является ограничителем в интенсиональном, а не в экстенсиональном плане, то есть он ограничивает не область, не множество, а степень неопределенности ситуации. И здесь важно, чтобы менее определенное в антецеденте не стало более определенным в консеквенте, что и обеспечивается условиями применения правила R_3', предполагающим одновременность постановки и снятия ограничительного оператора в антецеденте и консеквенте.

Правило R_1' аналогично тому, что имеет место в случае атрибутивного анализа, применяется как к предметной, так и к реляционной компоненте. Например, если есть $t \to t(t)$, то есть и $t \to t(t')$ и есть $t \to t'(t)$. Возьмем содержательный пример.

Если есть эллипс (t), то есть и отношение, образующее эллипс (t) из совокупности его точек (которое есть тоже эллипс t). Применяя наше правило к предметной компоненте получим, что, если есть эллипс, то есть и отношение эллипса, в некотором множестве точек на плоскости, которое отделяет точки, принадлежащие эллипсу от остальных точек этого множества. Поскольку указанное множество является надмножеством точек эллипса, оно отличается от эллипса, являясь тем самым t'.

С другой стороны, если есть отношение эллипса, то есть и отношение конического сечения, установленное на множестве точек эллипса, то есть будем иметь $t \to t'(t)$.

Поскольку аксиомы реляционного анализа аналогичны аксиомам атрибутивного анализа и то же можно сказать о правилах, то и теоремы будут соответственно аналогичны. Мы не будем их выписывать, ограничившись, в целях дальнейшего использования указанием на то, что теорема реляционного анализа T_{ik}^{rA} получается из соответствующей теоремы T_{ik}^{aA} атрибутивного анализа перенесением атрибутивной компоненты с правой на левую сторону от скобки и тем самым превращением ее в реляционную компоненту. Например, из теоремы T_{57}^{aA}: $\ell t \to (a)\ell a$ получается теорема T_{57}^{rA}, имеющая вид $\ell t \to \ell a(a)$. Доказательство теоремы получается путем аналогичного преобразования. В нашем примере доказательство $[R_1'(T_{54}^{aA}, T_9)]$ преобразуется в $[R_1'(T_{54}^{zA}, T_9)]$.

Обратим внимание на то, что указанный изоморфизм формул со свойствами и отношениями относится лишь к операции анализа. Что же касается синтеза, то как было показано выше, формулы реляционного и атрибутивного синтеза существенно различны.

§ 5. Йота операторы.

Для того, чтобы наш формализм оказался применимым к анализу проблем Заказчика, необходимо его поднять на второй уровень. Символы нашего алфавита означают вещи и о них можно говорить как о вещах с тем же правом, как и о вещах типа стола и сковородки. В работе [33] такие вещи были четко ограничены от других как вещи второго уровня и поэтому были использованы особые переменные второго уровня x, y как метаязыковые символы, значениями которых были вещи a, t. Такое построение удовлетворяет стандартам с требованиями теории типов. Существует весьма распространенное мнение, согласно которому соблюдение этих требований необходимо для того, чтобы избежать парадокса типа парадокса лжеца. Поскольку существует статья, специально посвященная этому вопросу [34], здесь мы на нем останавливаться не будем, исходя из того, что нет неопределимых логических препятствий против того, чтобы использовать на втором уровне те же символы, что и на первом. В таком случае наша система становится замкнутой. Все то, что нужно для ее развития, находится в ней же самой. Это соответствует тому факту, что в любых содержательных рассуждениях о вещах, свойствах и отношениях используются те же категории, то есть вещи, свойства и отношения.

Кстати, положенные в основу наших определений вещей, свойств и отношений понятия определенного – неопределенного и тождества – различия являются опять-таки понятиями о свойствах и отношениях.

Вместо второй метапеременной – y, значения которой [33] определяют порядок, в котором происходит выбор объектов, будем использовать особого типа операторы, которые мы по аналогии с известным оператором отождествления в исчислении предикатов, назовем йота операторами. У нас они будут иметь следующий смысл.

Конкретизации вхождений неопределенных объектов A, T', a, ℓa, t', $\ell t'$ в формулы является вообще говоря независимой от конкретизации других вхождений даже тех же самых символов. Скажем, если мы один раз в качестве конкретизации a получили некоторый объект, то это не значит, что второй раз этот объект будет тем же самым. Один раз вытянули золотую рыбку, а второй раз может быть карась или морская тина.

Математики игнорируют опыт такого рода, требуя, чтобы в качестве значения переменных во всех вхождениях выбиралась одна и та же величина. В виде случаев и мы собираемся следовать математикам. Для установления корреляции между конкретизациями того или иного неопределенного символа в его различных вхождениях, перед тем вхождением, конкретизация которого свободна, пишем букву J (йота). Те вхождения, конкретизацию которых мы желаем сделать такими же, как и фиксированное символом J обозначим тем же символом, только перевернутым $\daleth$.

В случае необходимости мы можем использовать двойной JJ, тройной JJJ и т.д. йота операторы. Вместо удвоения символа оператора, поскольку каждый из них равноправен остальным, мы можем просто использовать любую модификацию буквы йота, аналогично тому, как это делается в корректурных знаках. Например, можем писать в первом случае $\llcorner$, а во втором $\ulcorner$.

В нашем формализме существенно, что вещь может быть рассмотрена как отношение, отношение как вещь, свойство как отношение и т.д. Это выражается тем, что прямой йота оператор может стоять перед символом вещи, а обратный перед тем же символом, но уже в качестве свойства или отношения и т.д.

Взаимопревращения категорий выражаются структурой формулы. Во многих случаях эта структура достаточно проста для того, чтобы можно было обойтись только одними - обратными йотами операторами. Тогда будем считать, как и в работе [35], что символ с ℩ оператором соотносится с символом без ℩ оператора, стоящим в аналогичной позиции относительно скобок. Иными словами, в таком случае символ вещи соотносится с символом вещи же, символ свойства - с символом свойства и символ отношения с символом отношения.

В качестве примера использования йота операторов рассмотрим утверждение о том, что некоторые отношения интерпретируются с одной стороны на вещах, а с другой - на свойствах этих же вещей. В нашей символике эта мысль выражается следующим образом:

$$\iota a[\text{℩}a(\iota\iota a)]\{\text{℩}a[(\text{℩}\text{℩}a)a]\}$$

Дальнейшие примеры формул с йота операторами будут даны ниже.

§ 6. Применение операций синтеза и анализа к более сложным конструкциям языка тернарного описания.

Развитие предлагаемого языка связано прежде всего с удлинением рассматриваемых формул. Эта проблема решается по разному в зависимости от характера операций.

А. Удлинение формул реистического синтеза и анализа.

Поскольку реистический синтез означает лишь мысленное объединение объемов, а не материальный-физический процесс, эта операция является ассоциативной. Это облегчает оперирование формулами реистического синтеза.

Цепочки синтезируемых объектов могут быть как угодно длинными. Независимо от длины цепочек результат реистического синтеза может быть определен путем последовательного синтеза пары объектов из этой цепочки и синтеза результата предыдущего синтеза со следующим объектом.

Пусть, например, имеем цепочку $Aatt'T'aat'a$. Синтезируя первые два объекта, будем иметь согласно таблицам атрибутивного синтеза a. Синтезируя a с t вновь будем иметь a. Нетрудно видеть, что все последующие синтезы дают как только a. Таким образом, можем записать импликатию

$$Aatt'T'aat'a \longrightarrow a.$$

Трудность возникает в связи с тем, что в цепочке может встретиться определенная вещь, отличная от той, которая была раньше. Скажем в качестве t был избран Иванов, а в дальнейшем требуется установить результат его синтеза с Петровым. Казалось бы простой выход заключается во введении разных t. Скажем, Иванова можно обозначить t_1, а Петрова t_2. Но в таком случае нужно было бы ввести t'_1, t'_2, а также t'_{12}, что будет означать вещь отличную как от t_1, так и от t_2, и т.д. Аппарат будет быстро усложняться и появление Сидорова принудило бы нас к капитуляции.

Но не будем расстраиваться, поскольку трудность кажущаяся и возникает как и во многих других случаях вследствие того, что непоследовательно проводятся принципы, лежащие в основе нашего построения и прежде всего – качественное понимание вещи.

Возьмем такой пример. У Иванова есть 5 копеек? Допустим да. А у Петрова? Если да, то у него есть та же вещь, что и у Иванова? Если это так, то все в порядке, несмотря на то, что у Иванова может быть всего скажем 40 копеек, а у Петрова – 50. Оба раза мы можем использовать один и тот же символ t. Если же у Сидорова всего будет 5 копеек, то здесь уже нужно будет применить ιt.

Совершенно аналогично этому можно рассматривать самих Иванова и Петрова как одну и ту же вещь - t - "человека". Различие между ними несомненно имеет место, но это - сверх того, что у них есть общего, то есть сверх t. Этими различиями вполне можно пренебречь в том случае, если существенно именно наличие "пятака", то есть то общее, что объединяет и Петрова и Иванова и любого другого человека. Если найдется такой предмет, который обладает только признаками человека и никакими больше, то в нашей символике это будет ιt.

Конкретнее, сопоставляя человека и машину мы можем взять в качестве примера Иванова, Петрова и т.д. как одну и ту же вещь. Соответственно, в знаменитом примере "Все люди смертны. Кай человек: Кай смертен", Кая можно рассматривать как синоним Сократа, Иванова, Петрова и т.д.

Разумеется, может встретиться ситуация, когда существенно именно различие между Ивановым и Петровым. Например, если они не ладят друг с другом, то это не означает, что одна и та же вещь не ладит сама с собой. Однако в таком случае можно рассматривать как один объект пару, состоящую из Иванова и Петрова. Это одна и та же система. И "не ладит" может выступать как систематизирующее отношение этой системы.

Точка зрения, согласно которой Иванов и Петров это всегда разные вещи, поскольку какие-то свойства у них различны вряд ли может быть проведена последовательно, поскольку остается непонятным, почему Иванов сегодня отождествляется с тем, который был месяц тому назад, несмотря на то, что целый ряд весьма существенных свойств у обоих Ивановых могут быть совершенно разными. Скажем один может не быть, а другой быть кандидатом наук, один-здоровым, а другой больным, один - влюбленным, а другой - нет и т.д.

С нашей точки зрения, в качестве одного предмета могут выступать Иванов и Петров – кандидаты наук, в то время как Иванов кандидат и Иванов – не кандидат могут выступать как разные предметы.

Сказанное позволяет нам рассматривать цепочки реистического синтеза, в состав которых входят любые символы из нашего алфавита с любым числом повторений – "вхождений". Например:

$$A \cdot a \cdot t \cdot \mathcal{L}t \cdot \mathcal{L}t' \cdot A \cdot t \cdot t \cdot \mathcal{L}a \cdot t$$

Дальнейшее обобщение связано с рассмотрением в качестве компонент реистического синтеза результатов иных операций – атрибутивного и реляционного синтеза. В таком случае цепочка реистического синтеза будет иметь, например, такой вид: $A \cdot (a)a \cdot a(a) \cdot t$. Для получения итогового результата необходимо вначале произвести операции атрибутивного и реляционного синтеза. В приведенном примере будем иметь: $A \cdot a \cdot a \cdot t \longrightarrow a$.

Рассмотрение обратной операции – реистического анализа аналогично. Здесь цепочки получаются вследствие того, что результат предыдущего анализа подвергается дальнейшему разложению. Например, имеем $t \rightarrow t' \cdot a$; анализируя t' получим $t' \cdot a$. Таким образом $t \rightarrow t' \cdot a \cdot a$. Анализ a дает нам $a \cdot a$. Отсюда $t \rightarrow t' \cdot a \cdot a \cdot a$ и т.д.

Удлинение цепочек делает весьма существенным использование йота-операторов всех рассмотренных выше типов. В таком случае наши цепочки могут иметь вид:

$$A \cdot \iota a \cdot a \cdot a \cdot \iota a \cdot \iota\iota a \cdot \iota a \cdot \iota\iota a \cdot \iota\iota\iota a \cdot t \ .$$

Или, с использованием атрибутивного синтеза: $(A)a \cdot (t)\iota\iota A$.

Прежде чем переходить к удлинению цепочек атрибутивных и реляционных синтезов и анализов, сделаем следующее весьма важное для дальнейшего замечания. Выражение типа Aa можно рассматривать двояко.

Здесь или операция реистического синтеза или никакой операции нет, а имеется в виду выражение структуры некоторого объекта. Аналогично обстоит дело и для выражений атрибутивного и реляционного синтеза типа $(a)A$ или $a(A)$. В указанном различении находит выражение то различие между операциями и отношениями, которое применительно к исчислению высказываний отмечено в работе[36].

Для того, чтобы не смешивать то и другое, договоримся те комбинации символов, которые просто выражают структуру объекта выделять угольниками. Например:

$$a \cdot \llcorner aA \lrcorner \cdot a : t \cdot \llcorner (a)a \lrcorner$$

В. Удлинение формул атрибутивного и реляционного синтеза и анализа.

Будем четко различать структурные и операционные формулы атрибутивного синтеза. Структурные формулы не снабжаются знаками операции, в противоположность операционным.

В отличие от формул реистического синтеза структурные формулы атрибутивного синтеза могут быть двух типов, одни из которых назовем открытыми, а другие – закрытыми. Открытая структурная формула, например, $(a)a$ или $[(a)a]a$ соответствует тому, что обычно называется суждением или высказыванием. Открытость формулы выражается наличием символа, обозначающего свойство вне крайней скобки.

Закрытая формула представляет собой структуру объекта, выражаемого некоторым понятием. Например, $[(a)a]$ или $\{[(a)a]a\}$. Чтение формул начинается со внутренней скобки. Так первая формула означает какую-то вещь, обладающую некоторым свойством, вторая – "какую-то вещь, обладающую некоторым свойством, которая в свою очередь обладает некоторым свойством".

Было бы неправильно прочитать первую формулу как "некоторое свойство некоторой вещи". Такая трактовка противоречила бы существу определений исходных понятий, согласно которым названа (в натуральном языке – с помощью имени существительного), может быть лишь вещь. В нашем языке приведенное выражение нужно было бы сформулировать как "некоторую вещь являющуюся свойством другой вещи".

Утверждения типа "любая вещь обладает некоторым свойством" или "любая вещь является свойством какой-то вещи" в нашем языке выражается открытыми формулами со знаком импликации:

$$A \rightarrow (\iota A)a \; ; \quad JA \rightarrow (a)\iota A .$$

С помощью йота операторов можно выделить любой объект, находящийся в отношении, фиксируемом структурной формулой. Например, формула

$$[(A)\iota a]t \rightarrow (\iota a)t'$$

будет означать, что свойство любой вещи, обладающее свойством t, будет вместе с тем обладать и каким-то отличным от t свойством.

В чисто структурных формулах символ, стоящий вне скобки, относится не к скобке в целом (ибо не ясно, какой символ должен представить скобку в целом – для этого нам нужно было бы произвести соответствующую операцию)., а к символу внутри данной скобки, но вне другой, внутренней скобки, если, конечно, последняя имеется.

Таким образом удлинение формул атрибутивного синтеза соответствует переходу от свойств вещи к свойствам свойств вещи, далее – к свойствам свойств свойств вещи и т.д.

Операционные формулы предполагают осуществление операций. В отличие от двухкомпонентного синтеза в общем случае необходимо различать два направления, в котором осуществляется развитие синтеза. Можно начинать с внутреннего символа, осуществить его синтез со следующим внешним и т.д. Например: $[(T')t']t$ в этом случае, согласно таблице атрибутивного синтеза даст $(t')t$ и t. Будем называть таким образом осуществляемый атрибутивный синтез нижним и обозначать символом S_A. Беря приведенный выше пример, получаем формулу:

$$S_A\,[(T')t']t \rightarrow t$$

Противоположное направление осуществления атрибутивного синтеза - с внешнего символа. Он синтезируется с символом предшествующим ему. Так, в нашей формуле вначале в этом случае нужно осуществить синтез $(t')t$. Получим t. Теперь t в качестве свойства нужно приписать T'. В таблице находим в качестве результата невозможную вещь $\varnothing$. Таким образом, применяемый атрибутивный синтез оказывается неосуществимым. Приведенный пример убедительно говорит о важности различения двух вариантов многокомпонентного атрибутивного синтеза. В противоположность рассмотренному выше, атрибутивный синтез рассматриваемого типа назовем верхним и в качестве символа такой операции будем использовать знак S^A. Будем иметь $S^A[(T')t']t \rightarrow \varnothing$.

Различение верхнего и нижнего многокомпонентного атрибутивного синтеза соответствует различению двух механизмов развития атрибутивной ячейки знания, рассмотренных в работе [37].

Включая операнды с операциями в качестве элементов в структурные формулы, получим смешанные структурно-операционные формулы. Например:

$$\{S_A[(T')t']\}a$$

Поскольку верхний и нижний атрибутивный синтез для двухкомпонентного синтеза неразличимы, можно при символе S употреблять безразлично – как верхний, как и нижний индекс. Условимся пользоваться нижним.

Осуществляя имеющиеся в структурно-операционных формулах операции, легко преобразуем такие формулы в чисто структурные. Так из приведенной выше формулы получается структурная формула $(t')a$.

Обратной для атрибутивного синтеза операцией является атрибутивный анализ. Соответственно разным направлениям многокомпонентного синтеза можно определить разные направления анализа. Если требуется анализировать результат уже имевшего место анализа, то, в отличие от случая "первичного анализа" дальнейший анализ может относиться к вещи или свойству. В первом случае имеем, например,

$(a)a$, $[(a)a]a$, $\{[(a)a]a\}a$ и т.д.

Во втором случае $(a)a$, $(\urcorner a)[(a)a]$, $(\urcorner a)\{(\urcorner\urcorner a)[(a)a]\}$

и т.д.

Развитие анализа по первому пути представляет собой процедуру, обратную нижнему многоместному атрибутивному синтезу, по второму пути – соответственно – верхнему синтезу. Для различения этих процедур будем употреблять символы – A_A для "реистически ориентированного" – нижнего атрибутивного анализа ; A^A – "атрибутивного ориентированного" – верхнего атрибутивного анализа.

Применяя эти операторы к приведенным выше формулам, получим следующие соотношения:

$$A_A[(a)a] \longrightarrow [(a)a]a$$

$$A_A\{[(a)a]a\} \longrightarrow \{[(a)a]a\}a$$

$$A^A[(a)a] \longrightarrow (\urcorner a)[(a)a]$$

$$A^A\{(\urcorner a)[(JJa)a]\} \longrightarrow \{(\urcorner a)\{(\urcorner\urcorner a)[(a)a]\}\}$$

Естественно, что верхний и нижний атрибутивный анализ можно комбинировать друг с другом так, что к результату верхнего анализа применять нижний и наоборот. Например, можно иметь формулу

$$A^A A_A [(a)a] \longrightarrow A^A [(a)a]a \longrightarrow [(\urcorner a)a][(a)a]$$

Также естественны комбинации анализов различного типа с синтезами, и включение операций анализа в структурные формы, что дает смешанные структурно-операционные формулы.

Сказанное выше об атрибутивном синтезе *mutatis mutandis* может быть распространено на формулы реляционного синтеза. Соответственно тому, как это делалось для атрибутивного синтеза, введем символ S_R – нижнего и S^R – верхнего реляционного синтеза. Аналогично для обратных операций будем использовать символы A_R и A^R. Операторы атрибутивных и реляционных синтезов и анализов естественно комбинируются друг с другом. Комбинации "нижних" операций вполне понятны, ибо они применяются к "вещественным" компонентам, имеющим место как в атрибутивном, так и в реляционном синтезе и анализе. Что же касается применения верхнего реляционного анализа к результату верхнего атрибутивного и верхнего атрибутивного к результату верхнего реляционного, то примем вполне естественное соглasие согласно которому в обоих случаях анализ относится к <u>крайнему</u> символу, независимо от того, находится он слева или справа, выражает свойство или отношение. Аналогичное соглашение *mutatis mutandis* принимается и для комбинации реляционного и атрибутивного синтеза.

С помощью комбинаций операторов реляционных типов получаем весьма богатое многообразие формул. Например:

$$A^R A^A A_A (t) \longrightarrow A^R A^A [(t)a] \longrightarrow$$

$$\longrightarrow A^R \{(t)[(a)a]\} \longrightarrow a\{(t)[(a)a]\}.$$

ЧАСТЬ III. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЯЗЫКА ТЕРНАРНОГО ОПИСАНИЯ К АНАЛИЗУ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ.

§ I. Выразимость в языке тернарного описания некоторых математических и других понятий.

Первый вопрос, естественно возникающий в связи с применением того или иного языка – это выразимость в этом языке тех понятий и проблем, которые имеют для нас практический интерес (по поводу самого понятия "выразимость" см. § 4, пункт А). Покажем выразительные возможности нашего языка на примере определения понятия "системы", ~~и~~ понятия "категория" и понятия "функтор".

Определение понятия системы может быть выражено с помощью следующей структурной формулы:

$$(a)S =_{def} [a(\iota a)]t,$$ или двойственным способом:

$$(a)S =_{def} t[(\iota a)a].$$

Рассмотрим понятие категории. Используем определение этого понятия как оно приведено в [39], а именно:

<u>Определение.</u> Будем говорить, что задана категория $\mathcal{E}$ если задан класс $Ob\,\mathcal{E}$ элементов, называемых объектами, причем

I. Для каждой пары объектов (A, B) из $\mathcal{E}$ задано множество $Hom_{\mathcal{E}}(A, B)$, называемое множеством <u>морфизмов</u> A в B.

2. Для каждой тройки объектов (A, B, C) из $\mathcal{E}$ задано отображение:

$$\mu: \quad Hom_{\mathcal{E}}(A,B) \times Hom_{\mathcal{E}}(B,C) \longrightarrow Hom_{\mathcal{E}}(A,C)$$

называемое <u>композицией</u> морфизмов.

3. Множества $Hom_{\mathcal{E}}(A,B)$ и композиция морфизмов удовлетворяют следующим аксиомам:

(α). Композиция морфизмов ассоциативна.

(β). Для каждого объекта A из $\mathcal{E}$ существует морфизм $1_A: A \longrightarrow A$, называемый <u>тождественным морфизмом</u> или единицей объекта A.

(γ). Если пары (A,B), (A',B') различны, то пересечение множеств $Hom_{\mathcal{E}}(A,B)$ и $Hom_{\mathcal{E}}(A',B')$ пусто.

Приведенное определение понятия категории можно задать следующей схемой:

$$(a); \quad a(\text{ɿ}a); \quad (a(\text{ɿ}a)); \quad (a(\text{ɿ}a))t;$$

$$[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t]; \quad a[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t];$$

$$\{a[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t]\}t;$$

$$(a)[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t]\{\{a[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t]\}t\}$$

(Здесь ; — метаязыковый символ)

Сделаем пояснение к схеме:

Задаем некоторую вещь (a) — класс объектов. В этой вещи устанавливается некоторое отношение $a(\text{ɿ}a)$, и вещь с установленным на ней отношением рассматривается опять как вещь $(a(\text{ɿ}a))$ — множество морфизмов, которая в свою очередь удовлетворяет вполне определенному свойству t (определенное аксиомами (β) и (γ)).

Кроме того, задается некоторое отображение, устанавливаемое в качестве отношения на множестве морфизмов и обладающее свойством t (определенное аксиомой (α)), — $\{a[(\text{ɿɿ}a(\text{ɿ}a))t]\}t$ — композиция морфизмов.

(По поводу различной интерпретации символа t в I-м и во 2-м случае (см. §6, пункт А).

Понятие категории образуется как результат реистического синтеза трех вещей: класса объектов, множества морфизмов и композиции морфизмов:

$$(a)\,[(\imath\imath a(\imath a))t]\{\{a[(\imath\imath a(\imath a))t]\}t\} \quad (*)$$

Рассмотрим теперь определение понятия функтора (ковариантного) [39].

<u>Определение</u>. Пусть даны категории $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$. <u>Ковариантный функтор</u> из категории $\mathcal{E}_1$ в $\mathcal{E}_2$ состоит из:

(а) отображения $A \mapsto F(A)$, сопоставляющего каждому объекту A из $\mathcal{E}_1$ объект $F(A)$ из $\mathcal{E}_2$;

(б) отображения

$$F(A,B):\ Hom_{\mathcal{E}_1}(A,B) \rightarrow Hom_{\mathcal{E}_2}(F(A),F(B)),$$

определенного для всех пар объектов из $\mathcal{E}_1$ и такого, что

$$F(1_A) = 1_{F(A)} \quad \text{и} \quad F(vu) = F(v)F(u) \quad \text{, где}$$

$$F(u) =_{def} F(A,B)(u)$$

С точки зрения языка тернарного описания в этом определении четко выделяются три операции (см. пункт с §4 части III наст. отчета):

I. Расчленение понятия категории на составляющие: класс объектов, множество морфизмов и композицию морфизмов. То есть осуществление фактически операции реистического анализа, обратной реистическому синтезу, который использовался при определении категории.

2. Установление соответствия между объектами категорий $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ будем рассматривать как операцию реляционного синтеза (см. [38]).

3. Аналогично, установление соответствия между морфизмами есть также операция реляционного синтеза. Результат этой операции

должен удовлетворять определенным свойствам, которые даны в пункте (б) определения. Запишем каждую из этих операций подробнее.

I. $a \longrightarrow aaa$

Здесь мы используем то, что из компонент реистического анализа может быть проанализирована и далее. Таким образом, мы представляем некоторую категорию как вещь, состоящую из класса объектов, множества морфизмов и композиции морфизмов. Получим выражение, совпадающее с выражением $(*)$, полученным ранее при определении понятия категории.

2. $a(a) \longrightarrow a$

Под реистической компонентой реляционного синтеза понимается множество пар объектов таких, что из элементов каждой пары один принадлежит множеству объектов категории $\mathcal{E}_1$, а другой - множеству объектов категории $\mathcal{E}_2$.

3. $a(a) \longrightarrow (a)$

Операция, аналогичная предыдущей, но здесь уже под реистической компонентой реляционного синтеза понимается множество пар объектов, у которых элемент каждой пары представляет собой множество морфизмов, то есть выражение вида $((a(a))t)$ и, кроме того, один из элементов принадлежит множеству морфизмов категории $\mathcal{E}_1$, а другой - множеству морфизмов категории $\mathcal{E}_2$. Множество же морфизмов категории $\mathcal{E}_2$ образуется при подстановке в выражение множества морфизмов $((a(a))t)$ вместо вещи результат операции реляционного синтеза, полученный в пункте 2.

Та самая вещь a (то есть ιa), являющаяся результатом реляционного синтеза в пункте 3., кроме того обладает определенным свойством t, которое выражается в том, что отображение устанавливается таким образом, чтобы тождественный морфизм категории $\mathcal{E}_1$ переходил в тождественный морфизм категории $\mathcal{E}_2$ и отображение композиции морфизмов равнялось бы композиции отображений.

Понятие функтора образуется при помощи реистического синтеза результатов второй и третьей операции реляционного синтеза.

§ 2. Классификация объектов производственных процессов, выраженных в терминах ЯТО, с точки зрения их определенности (неопределенности).

Как отмечается выше, объекты, определенные в ЯТО, не могут быть вполне упорядоченными по степени их определенности. Будем использовать, однако, в дальнейшем следующий порядок:

$$(\mathrm{I}) \qquad \boxed{\begin{matrix} A > T' \\ a > t' \end{matrix}} > \mathcal{L}a > \mathcal{L}t' > t > \mathcal{L}t$$

В такой записи различаются два уровня, поскольку A и a и T', и t' представляют собой различные типы неопределенности.

Будем считать, что объекты I-го и II-го уровня, обведенные чертой, несравнимы, то есть относительно них нельзя сказать, что более определенно. Все, что взято в рамку, более определенно, чем все остальное. Вещь A считается более неопределенной, чем T' и, соответственно, a более неопределенна, чем t'. Можно ввести обозначение $\succ$ – отношения определенности, имеющее место между объектами ряда (I).

Отметим, что такое распределение элементов по степеням неопределенности не единственно, так как само понятие определенной вещи можно трактовать по-разному.

Рассмотрим простые импликатии ЯТО. Для них можно сформулировать следующее утверждение:

1. В консеквенте элементарной импликатии не может стоять вещь, находящаяся в ряду определенностей левее, чем вещь, стоящая в антецеденте.

Переход же с первого уровня на второй (но не обратно) фиксируется аксиомами:

$$A_2: \ A \to a \quad ; \quad A_6: \ T' \to t' \ ;$$

а также теоремами:

$$T_5: \ T' \to a \quad ; \quad T_{15}: \ A \to t' .$$

В справедливости этого утверждения нетрудно убедиться, просмотрев все простейшие импликативные формулы ЯТО.

Исходя из этого утверждения, можно сказать, например, что цепочка $\quad t \to t' \to a$,

повышающая степень неопределенности, закономерна в ЯТО, то есть мы получаем в результате вещь более неопределенную, чем была зафиксирована вначале. Аксиомы и правила вывода, принимаемые в ЯТО, выбираются так, что этот принцип не нарушается.

С интуитивной точки зрения сформулированное утверждение вполне ясно. Например, если стрела попадает в любую вещь, то мы не можем утверждать, что этой вещью будет именно лягушка.

Рассмотрим, можно ли для теорем синтеза и анализа сформулировать аналогичное утверждение. Начнем с реистического синтеза.

Ослабим аксиомы A_7 и A_8 .

Примем вместо них следующие аксиомы

$$A_7': \ A\ell t \to a \quad ; \quad A_8': \ tA \to a .$$

То есть произведена замена ℓa на a . Тогда изменятся соответствующие теоремы, полученные из этих аксиом с помощью правил вывода.

Можно теперь сформулировать следующее утверждение:

II. Результат операции реистического синтеза не более определенен, чем каждая из синтезируемых вещей.

Справедливость этого утверждения легко проверить, составив таблицу всех теорем, полученных исходя из предложенных аксиом.

Для атрибутивного синтеза легко может быть установлено следующее положение:

Ш. Результат атрибутивного синтеза всегда совпадает со свойством, которое приписывается вещи, кроме тех случаев, когда в качестве свойства выступают произвольные вещи A и T'. Тогда в консеквенте импликации они заменяются на объекты другого уровня a и t' соответственно.

Исключением являются теоремы запрета. Однако, так как мы считаем, что определенности A и a, и T' и t' не сравнимы то можно утверждать, что операция атрибутивного синтеза сохраняет определенность свойства независимо от определенности вещи, которой приписано это свойство, во всех случаях, кроме тех, где в консеквенте стоит невозможная вещь $\emptyset$.

Исследуя таблицу теорем реляционного синтеза, получаем утверждение:

IУ. Для фиксированных вещей t и ℓt степень неопределенности результата реляционного синтеза не понижается, независимо от того, какие вещи устанавливаются в них в качестве отношения. Для остальных объектов из ряда (I) степень неопределенности результата реляционного синтеза не повышается, независимо от отношений, в них устанавливаемых.

Исключение, как и для теорем атрибутивного синтеза, составляют импликации, в которых в качестве консеквента выступает невозможная вещь.

Здесь мы опять считаем, что замена произвольной вещи A на a не увеличивает степени неопределенности.

Перейдем к рассмотрению теорем анализа.

Для реистического анализа совсем нетрудно получить:

У. В качестве компонент консеквента импликаций реистического анализа не могут быть вещи, более определенные, чем антецедент, то есть, стоящие правее в ряду (I), чем антецедент.

Для объектов A и T' в качестве анализируемых компонент будут выступать a и t' соответственно.

Подобное утверждение не справедливо для атрибутивного и реляционного анализа. Чтобы оно имело место расширим существующий вариант ЯТО путем отбрасывания аксиомы $A_5^{aA}: \ A \rightarrow (t')\mathcal{L}a$ и соответственно, $A_5^{rA}: A \rightarrow \mathcal{L}a(t')$.

Тогда число теорем, доказуемых в ЯТО, сократится, но утверждение, сформулированное для реистического анализа, будет справедливо и для анализа атрибутивного и реляционного.

Следует отметить, что при атрибутивном (реистическом, реляционном) синтезе полученное утверждение справедливо только относительно компонент. Если рассматривать результат синтеза как некоторое новое выражение языка тернарного описания, то можно сказать, что его определенность выше, чем определенность исходной вещи. Действительно, выражение $(a)a$ можно считать более определенным, чем выражение a в силу того, что нахождение нового, ранее известного свойства у исследуемой вещи, либо приписывание некоторой вещи некоторого нового свойства, делает рассматриваемую вещь более определенной, дает возможность знать об этой вещи нечто более конкретное. Аналогичное рассуждение можно провести и для случая реистического и реляционного анализа.

После проведенных рассуждений можно сказать, что в таком расширенном варианте ЯТО уже можно делать некоторые выводы относительно определенности результата операций по сравнению с определенностью исходных компонент. Поэтому проблема о возможности сравнения двух выражений в ЯТО с точки зрения их определенности (неопределенности) должна решаться положительно. Следовательно, положительно будет решаться и проблема классификации с точки зрения их определенности объектов производственных процессов, выраженных в терминах ЯТО.

§ 3. Автоматизация проектирования.

Особые преимущества предлагаемого языка связаны с тем, что с его помощью может быть создана весьма естественная типология проектов и в конечном счете разработаны формальные процедуры проектирования.

Возьмем чисто содержательный перечень различного ряда проектов данный в качестве упражнения по 2-й главе книги П.Хилла "Наука и искусство проектирования" М., 1973.

Упражнение 4."Укажите все возможные способы использования зубной щетки после того, как она отслужит свой срок" (стр. 52).

Здесь фиксирована вещь t – зубная щетка отслужившая срок. Проектируются любые свойства этой вещи. В нашем языке ситуация выражается формулой:

$$(JA)\Pi_1 \rightarrow (t)\text{?}A$$

Здесь символ Π_1 – символ метаязыка – означает "проектируются" и используется для удобства записи.

Упражнение 9. Соберите следующие предметы, которые обычно можно найти в любом столе: 12 канцелярских скрепок, I лезвие безопасной бритвы, 6 копеек, 2 английские булавки, ... Используя в качестве элементов Вашей конструкции только эти предметы, придумайте и изготовьте что-нибудь полезное" (стр.53).

В отличие от предыдущего упражнения здесь ставится вопрос о проектировании отношений. В наше символике:

$$(JA)\Pi_2 \rightarrow \text{?}A(t)$$

В приведенных упражнениях фиксируется объект и требуется проектировать свойства или отношения. Другой вариант проектов фиксирует отношение и требует проектирования объектов, удовлетворяющих заданному отношению. Таково упр. 8:"На фиг. 2.I показана типичная диаграмма идей для создания новой транспортной системы. Однако эта диаграмма является неполной. Скопируйте диаграмму, дополнив ее настолько, насколько позволяет ваш опыт. После изучения диаграммы предложите хотя бы одну эффективную транспортную систему каждого типа" (стр. 53).

Фиксируем отношение перемещения людей или грузов – t.
Имеем: $(a)\Pi_3 \longrightarrow t(\iota a)$.
В отличие от предыдущих случаев здесь проектируется не свойство или отношение, а вещь.

Итак мы выделили по крайней мере три класса проектов, выражения которых в нашем языке существенно отличаются друг от друга.

Каждый из этих классов связан со своим специфическим для него путем поиска решения проблемы. Этот путь может быть определен автоматически с помощью тех формальных операций, которые были рассмотрены выше.

Так, ставя вопрос об использовании зубных щеток, мы можем произвести нижний и верхний реляционный анализ:

$$A_A[(t)A] \rightarrow \{[a(a)]A\}, \qquad A^A\{[a(a)]A\} \rightarrow \{[a(a)](a)A\}$$

Это уже наталкивает на мысль рассмотреть особенности субстрата щеток, к отношениям, которые можно воссоздать на этом субстрате, далее выявить типологию свойств щетки и т.д. Все это может не прийти в голову без предварительного развертывания различных возможностей по нашей формальной схеме. Фиг. 2.I из книги Хилла (стр.39) наглядно иллюстрирует неполноту рассмотрения многообразия видов транспорта, являющуюся естественным следствием отсутствия формальной схемы развертывания возможностей проектирования.
Производя операцию $A_A[t(a)] \longrightarrow [(t')t(\iota a)]$,
получаем казалось бы бессмысленный результат. t рассматривается как свойство того, что не является отношением транспорта. Но это может быть интерпретирована как "транспортное использование нетранспортных объектов, например, морских и воздушных течений, миграций рыб и птиц," и.т.д.

Разработав механизм проектирования определенного типа, мы можем в дальнейшем использовать его в виде блока в других проектах с аналогичной формальной структурой. Это имеет значение в решении проблемы типовости проектов, в частности весьма актуальной проблемы типовости АСУ.

Проект может быть более или менее определенным. Степень определенности проекта диктуется определенными практическими требованиями. Нет необходимости делать проект более определенным, чем требуется по условиям его эксплуатации.

Наш аппарат, как показано выше, дает возможность оценивать степень определенности того или иного выражения и соответственно выражения, описывающего проект.

§ 4. Некоторые условия выразимости содержательных задач анализа производственных процессов в формальных языках различных типов.

А. Возможные интерпретации понятия "Критерий выразимости".

Уточним некоторые вопросы, связанные с утверждением: "объект m выразим в формальном языке S" или "в языке S можно построить модель объекта m". Подобное уточнение действительно необходимо, так как выразимость может трактоваться по разному в зависимости от характера задачи. Так, например, если речь идет о мощности множества рациональных чисел, то вполне обоснованно утверждение, что натуральный ряд является моделью этого множества, однако это утверждение теряет силу, если рассматривать топологические свойства рациональной прямой. Мы не будем пытаться формализовать понятие "выразимость" с помощью точных логических рассуждений над заранее фиксированными объектами. Более того, мы не будем проводить даже словесную экспликацию этого понятия, так как вне формализованных схем такая экспликация неизбежно превратится в circulus vitiosus (например: объект выразим в формальном языке, если в нем можно построить модели всех существенных свойств этого объекта, и т.д.). Укажем лишь схему процесса установления выразимости, которой мы будем пользоваться: пусть объект m характеризуется некоторыми свойствами и отношениями, – всеми, которые мы считаем существенными в рамках данной задачи (при этом они могут бытьвыражены на обычном языке или, возможно, на некотором формальном языке). Пусть также для некоторых из этих свойств и отношений мы можем построить модель в формальном языке $\mathcal{S}$. Те свойства и отношения, для которых этого не удалось сделать, следует рассматривать как объекты, обладающие каждый своими свойствами и отношениями, и попытаться смоделировать последние в языке $\mathcal{S}$. Такое расчисление следует продолжить до тех пор, пока возможность построения модели каждого свойства или отношения не станет очевидной для исследователя. Понятно, что этот процесс в принципе может никогда не завершиться. Это будет означать, что интерпретация содержательного понятия на формальном языке не удалась.

Перейдем теперь к вопросу об <u>условиях выразимости</u> конкретных содержательных задач в различных формальных языках. Здесь также возможны различные подходы. Например, следующий тривиальный факт: если содержательная задача интерпретируется в некотором подъязыке формального языка $\mathcal{S}$, то она тем самым выразима и в $\mathcal{S}$, – можно положить в основу классификации языков, построив некоторое пространство формальных языков, в котором каждый язык A можно вывести из подъязыка некоторого другого языка B (иначе говоря, перевести язык A на язык B) с помощью заранее определенных правил вывода. Подобные построения (впрочем, термин "подобные" здесь не совсем удачен, речь идет лишь о некотором сходстве) имеются в теории формальных грамматик (см., например, [54]). Нетрудно видеть, что здесь характер содержательных задач, для решения которых применяются формальные языки, совершенно не затрагивается, т.е. вопрос об условиях выразимости этих задач в языке заменяется вопросом о выразительной силе самого языка (по сравнению с другими языками).

Другой подход к проблеме заключается в образовании пространства, в которое входили бы как формальные языки, так и содержательные задачи, и введения некоторого подобия метрики в нем, позволяющей оценивать степень близости между содержательной задачей и различными языками с помощью чисел. В этом случае, в отличие от первого, речь идет о выразимости, а не о выразительной силе. Реализация этого подхода представила бы, вероятно, наиболее заманчивые для нас возможности, однако в настоящее время в этом направлении сделаны лишь первые шаги (см. [55]).

В настоящем отчете принимается отличный от указанных выше подход к исследованию условий выразимости. Он заключается в следующем: на класс рассматриваемых формальных языков накладываются некоторые ограничения, которые затем позволяют сводить вопрос о выразимости содержательных понятий в некотором языке $\mathcal{S}_1$ к вопросу о переводимости на язык $\mathcal{S}_1$ той части языка $\mathcal{S}_2$, на которой данная содержательная задача уже выражена (причем эта часть языка $\mathcal{S}_2$ не обязана быть подъязыком $\mathcal{S}_1$). Эти ограничения содержатся в пунктах С и Д настоящего параграфа. С их помощью формулируются условия выразимости, которые затем используются для анализа применения различных формальных языков к задачам, разрабатываемым Заказчиком. Для проведения такого анализа предварительно исследуется построенная им схема синтеза определений. Этому вопросу посвящен следующий пункт данного параграфа.

В. Описание построенной Заказчиком схемы синтеза определений с помощью категорий вещи, свойства и отношения.

Заказчиком разрабатываются методы проектирования автоматизированных систем управления (АСУ). Им принимается (см. отчет, ч.4, л.13,19) положение о том, что в качестве понятия "определение", которое существенно используется при построении таких методов, можно взять понятие "обобщенный род структуры", являющееся некоторым расширением классических родов структур (см. [40]). С целью построения алгебры определений Заказчиком вводятся некоторые операции над родами структур. Анализом этих операций мы и займемся, причем основное внимание уделим операциям над родами структур. Как мы увидим ниже, именно они наиболее полно отражают содержание поставленных задач. Что же касается операций над обобщенными родами структур, то они в основном отражают формальную сторону вопроса, и все сводятся к операциям над графами (см. отчет, ч.4, л.15).

Процесс формирования операций над родами структур носит эвристический характер, и мотивами для введения той или иной операции служат примеры конкретных задач, возникающих в процессе проектирования систем управления (см. отчет, чт.4,л.123). Но, как вытекает из отчета (ч.4, л.123), Заказчик стремится добиться того, чтобы эти операции образовывали не просто абстрактную алгебру (см. [41], стр. 23), но некоторую замкнутую формальную систему взаимосвязанных операций (типа σ - алгебры или булевой алгебры). Для этого он пытается проинтерпретировать свои эвристически введенные операции в терминах некоторой такой формальной замкнутой системы, и, если операция укладывается в ее рамки, она считается удовлетворительной, в противном же случае (см. приложение I, лист 6, 7) предполагается, что нужно ввести вместо "неподошедшей" операции другие, которые были бы удовлетворительными.

Совершенно ясно, что отказ от того, чтобы операции над определениями образовывали некоторую замкнутую формальную систему, и принятие положения о том, что эти операции должны вводится только эвристически, исходя из нужд практики, приведет к значительным трудностям (типа противоречивости, пересечения сферы действия операций, неконтролируемости их построения и т.д.) однако в связи с изложенным выше возникают следующие вопросы:

I. Чем обусловлен выбор конкретной формальной системы операций (в данном случае выбор Заказчиком теории категорий)?

2. Каковы гарантии того, что все необходимые для осуществления процесса проектирования операции будут формализованы в рамках данной формальной системы S ?

Пытаясь ответить на первый вопрос, можно привести соображения в пользу теории категорий, в терминах которой проводится интерпретация "эвристических" операций над родами структур в отчетах Заказчика.

Действительно, методы теории категорий применены в самых различных областях математики: алгебраической топологии, алгебре, математической логике, функциональном анализе (см. [39]). С их помощью можно изучать преобразования (операции) над объектами самой различной природы. А поскольку Заказчиком принимается принцип использования в модели проектирования самых различных теорий, то естественно попытаться интерпретировать введенные Заказчиком "эвристические операции в терминах теории категорий.

Однако ясно, что приведенные соображения можно с тем же успехом приложить и к другим математическим дисциплинам (например, к теории меры, к функциональному анализу). И остается неясным, какую из этих дисциплин применить для анализа "эвристических" операций заказчика.

С другой стороны, хотя теория категорий и применяется во многих областях математики, существует также множество областей (примером снова может служить теория меры), в которых она либо не применяется, либо используется весьма ограничено. А между тем, ничто не говорит нам о том, что при построении модели проектирования АСУ не придется пользоваться этими теориями и, следовательно, операциями, специфичными именно для них.

Следовательно, первый вопрос остается открытым.

Что касается ответа на второй вопрос, то в отчете указывается, что анализ введенных эвристически операций над родами структур средствами теории категорий показал, что некоторые из этих операций интерпретируются в ее терминах (иначе говоря могут рассматриваться как функторы), другие же, - нет, и эти последние нуждаются в принципиальном изменении (отчет, ч.4, л.21). Как можно понять, ожидается, что такое изменение можно провести так, что вновь полученные операции будут удовлетворительными с точки зрения теории категорий: "анализ средствами теории категорий... подтвердил возможность введения операций над определениями в терминах теории структур" (отчет, ч.4, л.123). Нам этот вывод представляется неубедительным в том отношении, что если и существует возможность введения операций (образующих некоторую замкнутую формальную систему) над определениями, заданными в терминах структур, то это не подтверждается анализом имеющихся эвристических операций с помощью теории категорий. Действительно, подтверждение этому факту можно было бы получить лишь в том случае, если удалось бы положительно ответить на второй вопрос; т.е. , быть уверенным, что все необходимые на практике операции (в том числе, вероятно, и те, которые уже введены эвристически) укладываются в рамки теории категорий. Однако, такой уверенности нет. В отчете говорится, что причина неинтерпретируемости "эвристических"операций как функторов "заключается в том, что области определения некоторых операций представляют собой довольно сложные образования" (Отчет, ч.4, л.16). Однако, не ясно чем, например, область определения операции простого расширения базы сложнее области определения операции простого сокращения базы. А между тем первая из этих операций интерпретируется как функтор, а вторая - нет. То же относится к операциям усиления и ослабления, области определения, которых кажутся весьма простыми.

Таким образом, и второй вопрос остается открытым.

Попытаемся ответить на вопросы № I и № 2, руководствуясь системными принципами и пользуясь языком системного анализа ЯТО-2, разработанным в части II (см. также [24], стр. 42-69). Для этого представим схему проектирования, построенную заказчиком (см. Отчет, часть 4), используя категории "вещь", "свойство" и "отношение". Примем, следуя Отчету положение о том, что понятие "определение" можно отождествить с понятием "род структуры" (хотя этого можно было бы и не делать-для дальнейшего это не очень существенно.) Что касается обобщенных родов структур, то мы их не рассматриваем по причинам, изложенным в начале ~~предыдущего~~ пункта А данного параграфа. Поставим вопрос: какими свойствами P должны обладать операции R над родами структур? По существу, это другая формулировка вопроса № I. В отчете Заказчика принимается (см. приложение I, лист 7), что такие операции должны быть функторами, т.е. P - это свойства (аксиомы), определяющие функтор (обозначим их через $\dot{P}$). Сразу же выясняется, что принятие таких свойств операций оказывает обратное влияние на область действия этих операций (обозначим ее через m), т.е. на роды структур: " . . . . для интерпретации операций над родами структур в терминах теории категорий необходимо определить понятие категории родов структур" (приложение I., л. 7). Очевидно, то же самое будет и тогда, когда вместо свойств $\dot{P}$ мы возьмем некоторые другие (пока неопределенные) свойства P.

Таким образом, мы получаем формулу:

$$[R(m)]P \qquad (I)$$

где задание свойств операций P определяет операции (отношения) R, которые, в свою очередь, оказывают влияние на сами определения (субстрат) m. В данном случае существенно то, что все же субстрат (определения - роды структур) выбирается заранее, и поэтому свойства P нельзя взять такими, чтобы они слишком сильно изменяли m. (Свойства $\dot{P}$ удовлетворяют этому условию (см. приложение I, лист I9-25): понятие "категорного рода структуры" позволяет сохранить основные свойства классических родов структур). Можно сказать, что наряду со свойствами P операции R должны удовлетворять также некоторым добавочным свойствам P', которые будут обеспечивать возможность реализации отношений R на субстрате специального вида - родах структур (хотя, кроме этого, они могут реализоваться и на другом субстрате).

При этом, очевидно, набор свойств PP' должен быть непротиворечивым. Мы приходим, таким образом, от формулы (I) к формуле

$$[R(m)]PP' \qquad (2)$$

В формуле (2) мы можем считать свойства P' фиксированными. Что же касается свойств P, то их предстоит каким-либо образом задать. Некоторые возможности в этом смысле может предоставить требование непротиворечивости набора PP'. Однако эти возможности носят негативный характер: например, мы можем утверждать, что нецелесообразно брать в качестве P свойства, определяющие R как линейные операторы (с тем, чтобы затем воспользоваться средствами линейного функционального анализа), так как в этом случае придется потребовать, чтобы субстрат m являлся линейным пространством. Образовать же линейное пространство на родах структур представляется затруднительным. Но, с другой стороны, как мы видели выше (см. пункт I), обоснование того, что в качестве P можно взять $\dot{P}$ (аксиомы, определяющие функтор), оказалось недостаточным, хотя набор $\dot{P}P'$ непротиворечив. Итак, если непротиворечивость PP' говорит нам о том, какие P нужно исключить из рассмотрения, то она не определяет, какие P нужно выбрать из оставшегося множества свойств.

Нам кажется, что сейчас вообще нельзя представить достаточного обоснования для выбора в качестве P свойств (аксиом) некоторой конкретной формальной системы операций (например, аксиом σ - алгебры или булевой алгебры). Обоснование каждого такого выбора в конце концов будет обладать теми же недостатками, что и обоснование выбора $\dot{P}$. Поэтому мы откажемся от конкретизации системы операций, но потребуем, чтобы она являлась "замкнутой формальной системой".

Приведем сначала определение абстрактной алгебры (см. [41], стр. 23, мы приведем это определение в несколько другой форме), а затем, опираясь на него, определим замкнутую формальную систему (ЗФС).

Определение I. Абстрактная алгебра есть тройка (A, W, J), где A - непустое множество, называемое областью алгебры, $W = \{\omega_i\}$ - множество операций ω_i рангов $n(\omega_i)$, действующих в множестве A (т.е. множество функций ω_i от $n(\omega_i)$ аргументов из A со значениями в A), а $J = \{i\}$ - множество (назовем его множеством индексации), посредством элементов которого перенумерованы операции множества W.

Определение 2. Замкнутой формальной системой операций (ЗФС) называется абстрактная алгебра (A, W, J), удовлетворяющая следующим условиям:

а) $W = W_1 \cup W_2$

б) $W_1 = \{\omega_j\}$, $j \in J_1 \subset J$ и множество J_1 конечно;

в) множество W_2 состоит из всевозможных композиций операций из множества W_1.

Если $\omega_j \in W_1$, она называется базовой операцией. $\omega_i \in W_2$ называется производной операцией.

Примеры:

I. Нетрудно видеть, что σ - алгебра, булева алгебра, алгебра функторов (так, как ее понимает заказчик, т.е. теория категорий - см.приложение I), и алгебра линейных операторов (линейный функциональный анализ) является замкнутыми формальными системами.

Например, в алгебре функторов множество $A = \{a, b\}$, где a и b - произвольная пара категорий, $J = J_1 = \{1\}$, $W_1 = \{\omega_1\}$, где ω_1 есть функтор из a в b.

2. Система всех необходимых для построения модели проектирования и введенных эвристически операций (очевидно, являющаяся абстрактной алгеброй) может не быть ЗФС, так как для нее J может оказаться бесконечным и не всякая операция может быть суперпозицией конечного числа заранее определенных операций.

Система уже введенных заказчиком операций, как всякая конечная система, является ЗФС, но ясно, что для построения модели проектирования могут понадобиться и другие операции и нет гарантии, что этот процесс когда-либо завершится.

3. Язык системного анализа ЯТО-2 (см. настоящий отчет, часть II, а также [24], стр. 42-69) можно рассматривать как замкнутую формальную систему операций.

Действительно, областью этой ЗФС будет множество

$$A = \{t, t', a, T', A, \mathcal{L}t, \mathcal{L}t', \mathcal{L}a\}$$

(Ясно, что хотя ЯТО-2 и не имеет дела с множествами, можно говорить о множестве объектов, с которыми он имеет дело). Множеством индексации ЯТО-2 будет множество

$$J = \{1, 2, \cancel{3}, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

Множество W_2 в данном случае будет пустым, а базовое множество операций ЯТО-2 - это:

$$W_1 = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{11}\},$$

где

$\omega_1 = S_m$ – реистический синтез

$\omega_2 = S_p$ – атрибутивный синтез

$\omega_3 = S_R$ – реляционный синтез

$\omega_4 = A_m$ – реистический анализ

$\omega_5 = A_p$ – атрибутивный анализ

$\omega_6 = A_R$ – реляционный анализ

$\omega_7 = AB_m$ – реистическая абстракция

$\omega_8 = AB_{pm}$ – атрибутивная абстракция вещи

$\omega_9 = AB_{pp}$ – атрибутивная абстракция свойства

$\omega_{10} = AB_{Rm}$ – реляционная абстракция вещи

$\omega_{11} = AB_{RR}$ – реляционная абстракция отношения.

Итак, мы требуем, чтобы операции R над родами структур образовывали замкнутую формальную систему. Мы считаем, что это требование позволяет избежать трудностей, приведенных ~~на странице 2~~ выше в пункте В. Это достигается тем, что каждая операция ЭФС представляет собой суперпозицию некоторого числа строго фиксированных операций из конечного множества W_1. Таким образом, на множестве операций вводится некоторая структура, а это, по существу и есть то требование, которое предявляет заказчик к своим операциям (хотя явно об этом в отчете и не говорится). Вместе с тем сами операции ЭФС могут быть совершенно произвольными: в базовое множество W_1 могут входить одновременно, например, операции интегрирования и изготовления шашлыка. Характер входящих в ЭФС операций заранее не определяется (как это делается, например, в теории категорий, где всякая операция непременно должна быть функтором), что хорошо согласуется с принципом использования в модели проектирования АСУ самых разнообразных теорий.

Вернемся к формуле (2) и продолжим определение свойств операций R. Если обозначить свойства замкнутой формальной системы через P'', то из сказанного выше можно заключить, что

$$P \supset P''$$

Но P не исчерпывается только свойствами P''. Действительно, если бы $P = P''$, те. операции R должны были бы удовлетворить только свойствам P'' и P', то в качестве R можно было бы взять <u>конкретную</u> ЗФС (например, теорию категорий), от чего мы отказались (см.выше). Таким образом, замкнутая формальная система операций R должна удовлетворять некоторым добавочным свойствам. Мы отнесем эти добавочные свойства к ее базовым операциям.

Если множество базовых операций W_1 задать полностью, то тем самым будет задана конкретная ЗФС. Поэтому мы сформулируем одно общее требование, относящееся не к каждой операции $\omega \in W_1$ в отдельности, но ко всей их совокупности. Это требование, обоснование которому можно найти в предыдущем отчете исполнителя таково:

Концептуальная схема, следуя которой выбирается система базовых операций W_1, должна соответствовать концептуальной схеме задачи синтеза определений.

Соответствие концептуальных схем, о котором здесь говорится, понимается следующим образом: если Q_{W_1} - концептуальная схема системы базовых операций, и Q - концептуальная схема задачи, то

$$Q \subseteq Q_{W_1} \qquad (3)$$

Свойства операций R, выражающиеся соотношением (3), обозначим через P'''. Мы считаем (это обосновывается в предыдущем отчете исполнителя), что свойства P''' обеспечат положительный ответ на вопрос №2.

Итак, окончательно, мы будем искать такую систему операций над субстратом m, котрая обладала бы набором свойств $P'''P''P'$. Иначе говоря, мы приходим к формуле

$$[R(m)]\ P'''P''P' \qquad (4')$$

Можно показать, и это будет сделано ниже, что набору свойств $P'''P''P'$ удовлетворяет не единственная система операций. Чтобы сузить класс таких систем, нужно добавить к этому набору некоторые дополнительные свойства, например, считать, что из двух систем операций R_1 и R_2, удовлетворяющих свойствам $P'''P''P'$, предпочтительнее та, которая более операциональна. Мы однако, ограничимся пока только свойствами $P'''P''P'$, во-первых, потому что относительно большинства известных операционных систем еще не известно, удовлетворяют ли они этому набору, и поэтому рано сравнивать их по операциональности; во-вторых, поэтому, что вообще сравнение операциональности систем операций весьма затруднительно, так как здесь пока не существует никаких точных критериев; и, наконец, в третьих, потому, что иногда применение менее операциональной системы тем не менее дает некоторые преимущества – последнее соображение для нас наиболее существенно, и оно будет обосновано ниже (см. пункт С этого параграфа).

<u>Предложение I.</u> Система У операций языка тернарного описания ЯТО-2 удовлетворяет формуле (4).

Действительно, язык ЯТО-2 пригоден для описания любых систем, следовательно, и для описания родов структур, т.е. он удовлетворяет свойству P'. Выше было показано, что ЯТО-2 является ЗФС, т.е. выполнено свойство P''. И, наконец, обоснование того, что ЯТО-2 удовлетворяет свойству P''', т.е., что выполнено соотношение (3) содержится в предыдущем отчете исполнителя.

Отметим, что в соотношении (3) в данном случае имеет место строгое включение:

$$Q \subset Q_y \qquad (5)$$

<u>Предложение 2.</u> Система M теоретико-множественных операций

(пересечение, объединение, разность, взятие булиана и др., см., например, [42]) удовлетворяет формуле (4).

а/ Система M удовлетворяет свойству P'. Действиетльно, теория родов структур уже теории множеств, иначе говоря, понятие рода структуры базируется на понятиях (в том числе и на операциях) теории множеств (см. [40], стр. 242-246): все необходимые для задания рода структуры элементы задаются в терминах этой теории. Следовательно, теоретико-множественные операции применимы к родам структур.

б) Система M удовлетворяет свойству P'' (она является ЭФС, как всякая конечная система операций).

в/ Система M удовлетворяет свойству P'''. Это утверждение мы делаем опираясь снова на тот факт, что для задания рода структуры не требуется ничего, кроме теоретико-множественных понятий. Это значит, что при оперировании с родами структур нам придется иметь дело лишь с множествами, элементами множеств, булианами и т.п., и следовательно, не понадобится ничего, кроме теоретико-множественных операций (хотя, возможно, и не всех). Таким образом, ясно, что

$$Q \subset Q_M \qquad (6),$$

причем в данном случае мы не знаем, является ли это включение строгим, иначе говоря, потребуются ли для оперирования с родами структур всевозможные суперпозиции базовых теоретико-множественных операций (если понадобятся суперпозиции всех базовых операций, но суперпозиции лишь специального вида, то их можно включить в множество базовых операций, и ясно, что концептуальная схема вновь полученной системы будет уже концептуальной схемы системы M).

Следует отметить, что при обосновании пункта в/ мы впервые существенно воспользовались тем, что в качестве понятия " определения" взято понятие "род структуры". Если взять в качестве определения более узкое, чем род структуры, понятие, то все предыдущие рассуждения можно повторить почти дословно. Однако если концептуальная схема, лежащая в основании выбора класса определений, будет более широкой, чем концептуальная схема теории множеств, то система теоретико-множественных операций M может оказаться непригодной (т.е. недостаточной) и предложение 2 не будет иметь места.

Предложение 3. Теория категорий(под системой операций теории категорий подразумевается, как и в ответе заказчика, единственная операция - задание функтора) не удовлетворяет формуле (4).

Выше мы видели что теория категорий удовлетворяет свойствам P' и P''. Следовательно, для обоснования предложения 3 нам нужно показать, что она не удовлетворяет свойству P''', т.е., что ее концептуальная схема не является более (или столь же) широкой, чем концептуальная схема задачи проектирования АСУ.

Обоснование предложения 3 содержится в следующем пункте данного прграфа. Пока же приведем здесь одно допущение, которое потребуется нам для его проведения.

Допущение I. Будем считать, что все построенные в отчете заказчика "эвристические" операции над родами структур необходимы для построения модели проектирования АСУ, если их понимать не формально, а содержательно.

Поясним сказанное. Мы исходим из того, что требования практики на основании которых вводились указанные операции, сохранятся, независимо от нашего решения изменить ранее введенные операции или не изменять их. Например, мы можем решить сохранить операцию простого расширения базы, которая интерпретируется как функтор, и изменить операцию простого сокращения базы по противоположной причине, но при этом нельзя избежать того, что вновь введенная вместо простого сокращения базы операция будет в известном смысле противоположной простому расширению базы, так как, если в процессе проектирования возникает необходимость в добавлении базовых множеств, то столь же очевидна и необходимость в их удалении. Иначе говоря, новая операция (или несколько операций) должна отражать те же соотношения действительности, что и старая. Другое дело, что эта новая (или новые) операция может обладать некоторыми свойствами (например, укладываться в рамки теорий категорий), которым старая не удовлетворяла. Но мы в допущении I обходим этот вопрос, так как понимаем введенные Заказчиком "эвристические" операции не как <u>формальные,</u> а как <u>содержательные</u> (то есть мы просто говорим, что операция простого расширения базы состоит в добавлении к базовым множествам рода структуры некоторых других множеств и в соответствующем дополнении упорядочения базы, не описывая это в терминах теории множеств или другой формальной теории).

С. Условия выразимости содержательных понятий в различных формальных языках. Методы оценки результатов применения формальных языков к содержательным задачам.

<u>Допущение 2.</u> Возьмем какую-нибудь "эвристическую" содержательную операцию Op, необходимую для построения модели проектирования. Пусть существуют два формальных языка S_1 и S_2 в терминах которых можно выразить операцию Op, и пусть для выражения ее в языке S_1 понадобились средства этого языка $G \subset S_1$ <u>Будем считать, что тогда средства G выражаются в терминах языка S_2.</u>

<u>Пример</u>. Пусть содержательной операцией является определение в момент времени t_0 скорости v точки, движущейся по прямой линии (оси x), если известен закон движения $x(t)$. Скорость v можно вычислить двумя способами:

I. В терминах математического анализа: положить $v = \frac{dx}{dt}(t_0)$.

2. Геометрически: построить кривую $x = x(t)$ и взять отношение достаточно малого отрезка кривой, содержащего точку $\{t_0, x(t_0)\}$ (заменив его отрезком хорды), к соответствующе-

му отрезку оси t , иначе говоря, взять тангенс угла между касательной к кривой $x = x(t)$ в точке t_0 и осью t .

В соответствии с допущением (2) тангенс (геометрическое понятие) должен выражаться через производную (термин матанализа) с помощью только средств матанализа, и наоборот, производная может быть интерпретирована чисто геометрически с привлечением понятия тангенса.

В данном примере этой действительно имеет место.

Из допущения (2) следует такое утверждение: пусть имеется формальный язык S_1 , в терминах которого (с помощью средств $G \subset S_1$) можно выразить содержательную операцию Op . Тогда, если средства не выражаются в терминах некоторого формального языка S_2 , то операцию Op нельзя описать с помощью этого языка.

Для приведенного выше примера это означало бы, что, если, например, операция определения скорости точки интерпретируется геометрически как тангенс, и понятие тангенса никак нельзя, выразить в терминах математического анализа, то спомощью матанализа невозможно определить скорость точки в фиксированный момент времени. Допущение 2 и будет в дальнейшем применятьсся в качестве критерия выразимости одних и тех же содержательных понятий в различных формальных языках.

Теперь мы имеем достаточно средств для обоснования предложения 3. Уже известно (см. предложение I), что концептуальная схема системы Y базовых операций языка тернарного описания соответствует концептуальной схема задачи построения метода проектирования АСУ, т.е. существует подмножество $G \subset Y$ операций ЯТО-2, с помощью которых можно выразить все построенные заказчиком "эвристические" операции над родами структур. Мы зададим множество G в явном виде, а затем покажем, что некоторые из операций ЯТО-2, входящих в

G , никак нельзя выразить в терминах теории категорий, т.е. интерпретировать как функторы. В силу следствия из допущения 2 это означает, что некоторые из введенных заказчиком содержательных операций над родами структур никаким образом нельзя формализовать с помощью теории категорий. А из этого ввиду допущения I и будет следовать, что концептуальная схема теории категорий не соответствует задаче построения метода проектирования АСУ.

Вообще говоря, для обоснования предложения 3 достаточно было бы показать, что хотя бы для одной из содержательных операций над родами структур хоть одна из операций ЯТО-2, с помощью которых выражается эта содержательная операция, не интерпретируется как функтор. Мы, однако, будем рассматривать все введенные содержательные операции с целью иллюстрации метода.

I. Операция свободного произведения родов структур интерпретируется в ЯТО-2 как суперпозиция операций реистического анализа и реистического синтеза:

$$Op_1 \sim A_m S_m$$

Поясним, как это получается. Пусть имеется две структуры Σ_1 и Σ_2 . Чтобы произвести над ними операцию свободного произведения, мы предварительно должны расчленить каждую структуру на составляющие части: базисные множества, упорядочение базы, схему конструкции ступени, родовую структуру, аксиому. Это расчленение есть не что иное, как реистический анализ A_m . (Строго говоря, производится две операции - реистический анализ структуры Σ_1 и реистический характер структуры Σ_2 . Однако соответствие, написанное выше, мы понимаем в том смысле, что для интерпретации Op_1 понадобилась операция A_m , не уточняя, сколько именно раз и к каким объектам она применялась. Это замечание объясняет и тот факт, что различные содержательные операции, например Op_2 и Op_3 , получают одну и ту же интерпретацию. Если бы мы применяли

ЯТО-2 не для сравнения возможностей различных формальных языков в выражении содержательных операций, а непосредственно для выражения этих операций (т.е. пользовались бы не знаком подобия $\sim$, а знаком равенства $=$), то ясно, что Op_2 и Op_3 получили бы различную трактовку, хотя попрежнему выражалось бы через A_m и S_m). Затем мы объединяем покомпонентно структуру Σ_1 со структурой Σ_2, т.е. производим операцию реистического синтеза S_m.

Далее аналогично:

2. Прямое произведение

$$Op_2 \sim A_m S_m$$

3. Усиление

$$Op_3 \sim A_m S_m$$

4. Ослабление

$$Op_4 \sim A_m S_m AB_m$$

В данном случае кроме операций реистического анализа и синтеза применяется операция реистической абстракции. Действительно, вначале структура Σ расчленяется на составляющие компоненты, потом эти компоненты рассматриваются вместе с дополнительной аксиомой Q, а затем из этого комплекса выделяется либо структура, включающая аксиому $R(\Sigma)$, либо структура, включающая аксиому Q (см.отчет, часть 4, лист 33). Последнее действие и есть реистическая абстракция (см. [24], стр. 46).

5. Простое расширение базы

$$Op_5 \sim A_m S_m$$

6. Простое сокращение базы

$$Op_6 \sim A_m S_m AB_m$$

7. Общее расширение базы

$$Op_7 \sim A_m S_m$$

8. Общее сокращение базы

$$Op_8 \sim A_m S_m AB_m$$

9. Смешаное произведение

$$Op_9 \sim A_m S_m$$

I 10. Конкретизация базы

$$Op_{10} \sim A_m S_m AB_m$$

11. Конкретизирующее вложение

$$Op_{11} \sim A_m S_m AB_m$$

12. Дублирование

$$Op_{12} \sim A_m S_m AB_m$$

13. Расширение родовой структуры

$$Op_{13} \sim A_m S_m$$

14. Сокращение родовой структуры

$$Op_{14} \sim A_m S_m AB_m$$

15. Продолжение по булиану

$$Op_{15} \sim A_m S_m$$

Таким образом, множество G операций ЯТО-2, с помощью которых выражаются содержательные операции, построенные заказчиком, состоит из трех операций:

$$G = \{ S_m , A_m , AB_m \}$$

Рассмотрим теперь операцию взятия функтора (см. [39] ,стр, 15). Пусть заданы категории $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$. Задать функтор (ковариантный) из $\mathcal{E}_1$ в $\mathcal{E}_2$ значит:

а/ выделить в каждой категории ее объект и морфизмы на них – в ЯТО-2 этому соответствует операция A_m ;

б/ сопоставить каждому объекту категории $\mathcal{E}_1$ объект категории $\mathcal{E}_2$ – в ЯТО-2 этому соответствует операция S_m ;

в/ сопоставить каждому множеству морфизмов категории $\mathcal{E}_1$ $Hom_{\mathcal{E}_1}(A, B)$ множество морфизмов $Hom_{\mathcal{E}_2}(F(A), F(B))$ категории $\mathcal{E}_2$, причем так, чтобы выполнялись определенные условия (тождественный морфизм соответствовал тождественному и т.п., что касается этих условий, то поскольку они лишь сужают класс возможных сопоставлений, для нашего рассмотрения они не существенны), – в ЯТО-2 этому соответствует операция S_m.

Таким образом, операция взятия функтора O_F есть с точки зрения ЯТО-2 суперпозиция операций реистического анализа и синтеза

$$O_F \sim A_m S_m \qquad (7)$$

Поскольку (см. [24]) операция реистической абстракции AB_m никак не может быть сведена к какой-либо суперпозиции операций A_m и S_m, то формула (7) указывает нам на то, что, вероятно, реистическая абстракция не может быть интерпретирована как функтор. Действительно, пусть мы производим над некоторой парой объектов xy (x и y могут здесь быть любыми из символов ЯТО-2: $t, t', a, T', A, \ell t, \ell t', \ell a$) операцию AB_m, состоящую в выделении, например, элемента x. Казалось бы, мы можем задать функтор, описывающий эту операцию, например, следующим образом:

категория $\mathcal{E}_1$:

$$Ob\,\mathcal{E}_1 = \{x, y\}$$

$$Hom_{\mathcal{E}_1}(x,y) = \{S_m(x,y)\}$$

$$1_x = S_m(x,x)$$

$$1_y = S_m(y,y)$$

Категория $\mathcal{E}_2$:

$$Ob\,\mathcal{E}_2 = \{x\}$$

$$1_x = S_m(x,x)$$

и, наконец, функтор F из категории $\mathcal{E}_1$ в категорию $\mathcal{E}_2$:

$$F(x) = x$$

$$F(y) = x$$

$$F(x,y)(S_m(x,y)) = 1_x$$

Этот функтор действительно переводит пару xy в элемент x. Однако вместе с тем он не может представлять реистическую абстракцию: ведь для того, чтобы его задать, мы необходимо должны <u>вместе</u> с элементом x использовать и пару xy, т.е. речь идет не об абстрагировании x от xy, а о рассмотрении x <u>наряду</u> с xy (т.е. об операции реистического анализа Am). Такое же рассуждение, очевидно, можно провести относительно любого другого функтора, с помощью которого мы попытались бы представить реистическую абстракцию – мы можем интерпретировать пару xy не так, как это сделано выше; по другому вводить функтор F, но неизбежно, рассматривая введенный вместо F функтор, мы будем рассматривать <u>одновременно</u> и x и пару xy. Иначе говоря, реистической абстракции мы не получим.

Таким образом, мы видим, что множество G не может быть выражено с помощью средств теории категорий. И, значит, в силу допущения 2, среди содержательных операций $Op_1 - Op_{15}$ некоторые <u>никак нельзя формализовать</u> как функторы. Именно, такими операциями будут Op_4, Op_6, Op_8, Op_{10}, Op_{11}, Op_{12} и Op_{14}; то есть, как мы видим, именно те операции, которые и в работах заказчика не интерпретировались как функторы (Op_6, Op_8, Op_{12} и Op_{14}), или относительно которых возникали сомнения (Op_4, Op_{10}, Op_{11}) (см.отчет, часть 4, лист 2I; приложение I, лист 32).

В силу допущения I обоснование предложения 3 этим заверено.

Д. Достаточные условия выразимости. Границы применения указанных критериев выразимости.

Сделаем некоторые выводы. Нами исследовались свойства, которыми должны обладать формальные языки, описывающие операции над определениями (предполагается, что сами определения уже формализованы в рамках какого-либо формального языка). Предложены следующие критерии выразимости содержательных задач проектирования АСУ в формальных языках различных типов:

I. Формальный язык $\mathcal{S}$, в терминах которого должны выражаться операции над определениями, должен в определенном смысле соответствовать формальному языку $\mathcal{L}$, описывающему сами определения – это требование выражается с помощью свойства P'.

2. Система операций языка $\mathcal{S}$ должна быть замкнутой формальной системой (ЗФС) – это требование выражается с помощью свойств P''.

3. Концептуальная схема, в соответствии с которой строится система базовых операций в языке $\mathcal{S}$, должна быть не у́же концептуальной схемы задачи проектирования АСУ – это требование выражается с помощью свойства P'''.

В п.В приведены примеры формальных языков, удовлетворяющих требованиям №№ I-3 (язык ЯТО-2 и язык теории множеств), а также пример языка, им не удовлетворяющего (теория категорий). Отметим, что для обоснования того, что теория категорий не удовлетворяет требованию № 3, понадобились дополнительные предположения (см. допущения I и 2).

Рассмотрим здесь более детально требования №№ I-3. Что касается требования № I, то оно тривиально. Однако следует сказать, что проверка соответствия формального языка $\mathcal{S}$ формальному языку $\mathcal{L}$ должна проводиться применительно к каждому конкретному случаю – общих рекомендаций о том, как производить эту проверку нет.

С другой стороны, повидимому будет нетрудно проверить, является ли система операций формального языка $\mathcal{S}$ замкнутой формальной системой. И, наконец, для требования № 3 – требования соответствия концептуальных схем, проверка которого кажется наиболее затруднительной, предложен способ, помогающий осуществить ее. Он заключается в следующем (см. п. С, допущение 2) : пусть имеется формальный язык S_1 , для которого соответствие концептуальной схемы его базовых операций содержательным задачам проектирования уже обосновано. Тогда для проверки соответствия тем же задачам концептуальной схемы базовых операций формального языка S_2 следует выяснить, интерпретируются ли в языке S_2 те средства G языка S_1 , с помощью которых выражаются содержательные операции, применяемые для проектирования. Если такой интерпретации провести нельзя, то дается вывод, что между указанными концептуальными схемами нет требуемого соответствия.

Нетрудно видеть, что этот способ проверки соответствия концептуальных схем носит негативный характер: с его помощью выясняется, какой язык не соответствует содержательным задачам проектирования, но не наоборот. Приведем сейчас прямой критерий этого соответствия (в определенном смысле связанный с допущением 2):

Допущение 3. Пусть содержательная операция Op выражается с помощью средств G формального языка S_1 . Тогда, если средства G выражаются в терминах формального языка S_2 , то и операция Op может быть описана с помощью этого языка.

Если принять допущение 3, можно иначе, чем это сделано ~~на~~ выше ~~стр. 106-107~~, обосновать соответствие концептуальных схем задачи проектирования АСУ и системы базовых операций M теории множеств. Действительно, приведенное в пункте С ~~на стр. 113~~ подмножество G системы базовых операций Y языка ЯТО-2, с помощью которых выражаются содержательные операции, введенные заказчиком, состоит из операций S_m , A_m и AB_m . Все эти операции интерпретируются в терминах теории множеств. Именно, S_m соответствует объединению $\cup$, A_m - расчленению множества на его элементы (эта операция (обозначим ее через $\oplus$) обычно в любой аксиоматической теории множеств специально не описывается (в отличие от операций объединения, пересечения и т.п.), но тем не менее всегда подразумевается, что оперируя с множествами, мы можем ее выполнить), и, наконец AB_m соответствует выделению из множества его элемента (об этой операции (обозначим ее через $\oplus\!\!\to$) можно сказать то же, что и о предыдущей. Для иллюстрации применения операций $\oplus$ и $\oplus\!\!\to$ укажем, что понятие операции $\oplus\!\!\to$ неявно присутствует в аксиоме Цермело. Или возьмем, например, операцию взятия булиана 2^X. Фактически она является суперпозицией операций $\oplus$, $\oplus\!\!\to$ и U).

Итак, каждый элемент множества G выражается в терминах теории множеств. В соответствии с допущением 3 заключаем, что концептуальная схема системы базовых операций теории множеств (если учесть, что она содержит операции $\oplus$ и $\oplus\!\!\to$) соответствует концептуальной схеме задачи проектирования.

Использование допущения 3 в случае теории множеств для нас нецелесообразно, так как соответствие концептуальных схем здесь можно обосновать (что и сделано выше в пункте e) не привлекая его. В случае же других формальных языков это допущение может оказаться полезным. Кроме того, его можно применять не только для обоснования соответствия концептуальных схем, но и для других целей: например, оказывается, что с его помощью можно вновь подтвердить утверждение, что реистическая абстракция не может быть интерпретирована как функтор.

Действительно, рассмотрим ту часть языка ЯТО-2, в которой используются лишь операции реистического анализа и синтеза A_m и S_m (подобно тому, как можно рассмотреть ту часть геометрии, где используются лишь первые четыре постулата Эвклида). Обозначим эту часть ЯТО-2 через S_2, а оставшуюся — через S_2'. Очевидно, что S_2 и S_2' являются формальными языками, причем операции языка S_2 не выразимы через операции языка S_2' и наоборот. Теперь допустим, что операция $AB_m \in S_2'$ выражается в терминах теории

категорий – языка S_1 . Множество G_1 в этом случае будет содержать единственную операцию – взятия функтора O_F . Как мы видели (см. формулу (7) ~~на стр. 118~~), операция O_F , т.е. и множество G_1 выражается через операции языка S_2 – A_m и S_m
В соответствии с допущением 3 операция AB_m также может быть описана с помощью языка S_2 . Но это невозможно, так как $AB_m \in S_2'$. Следовательно, наше предположение неверно, т.е. реистическая абстракция не может интерпретироваться как функтор.

Нетрудно видеть, что объединение допущений 2 и 3 дает следующий критерий:

<u>Допущение 4.</u> Пусть содержательная операция Op выражается с помощью средства G_1 формального языка S_1 . Чтобы она выражалась также в терминах формального языка S_2 , необходимо и достаточно, чтобы средства G_1 интерпретировались в терминах этого языка.

Здесь необходимо подчеркнуть, что допущения 1,2, 3, а, значит, и объединяющее допущения 2 и 3 допущение 4, <u>являются именно допущениями</u>, предположениями, и, как всякие предположения, имеют свои границы. Приведенные примеры показывают, что в некоторых случаях их можно принять, однако это не значит, что они будут верны во <u>всех</u> случаях. Целесообразно ли принимать их при создании метода проектирования АСУ? Исходя из имеющегося у нас опыта, состоящего в изучении отчетов заказчика, нам кажется, что да, однако это "да" не является окончательным ответом. Здесь необходимо дальнейшее обоснование, проводимое совместно с заказчиком, который, естественно, в данном случае является наиболее компетентной стороной. Пока же нужно еще раз указать, что так как, например, предложение 3 обосновано с помощью допущения 2, то, если отвергнуть это допущение, оно может потерять силу.

Приведем в заключение некоторые соображения по поводу формулы

(3), описывающей характер соответствия концептуальных схем языка S (системы его базовых операций W_i) и задачи проектирования. "Идеальным" языком в этом смысле был бы, очевидно, язык, для которого формула (3) превратилась бы в формулу

$$Q = Q_{W_i} \tag{8}$$

Вряд ли среди уже разработанных формальных языков существует язык, удовлетворяющий (8). Однако строить специальный язык, который удовлетворял бы этой формуле, целесообразно, повидимому, лишь в предположении, что концептуальная схема Q задачи проектирования АСУ останется неизменной. Между тем, поскольку заказчик говорит (см. отчет, часть 2, лист 29), что необходимо стремиться к использованию в модели проектирования абстракций как можно более высокого уровня, то, вероятно, необходимо будет со временем перейти в трактовке определений к более абстрактным понятиям, чем роды структур. Тем самым концептуальная схема Q изменится, и тогда может оказаться, что построенный "идеальный" язык станет неприменным. Более того, возможно и "неидеальные" языки (такие, как теория множеств) станут непригодными для описания процессов проектирования, так как окажутся слишком узкими. Поэтому, хотя с точки зрения непосредственного применения (программного обеспечения ИТП) более узкие языки удобнее (скажем теория множеств интуитивно кажется более операциональной, чем ЯТО-2), всегда будет существовать необходимость в языке как можно более широком, т.е. с широкой концептуальной схемой, пригодном для работы с высокими абстракциями. С помощью такого языка, вероятно, будет наиболее удобно проводить и проверку их соответствия концептуальных схем более узких языков концептуальной схеме задачи и проектирования, как это сделано выше с помощью ЯТО-2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами исследований, проведенных Исполнителем, и представленных в настоящем отчете, являются:

I. Разработаны основы формального языка - языка тернарного описания, основанного на концептуальной схеме, включающей категории вещи, свойства и отношения. Обоснованы основные принципы построения этого языка, разработан операционный аппарат языка, включающий операции реистического, атрибутивного, реляционного синтеза и анализа теоретических конструкций. Получены правила осуществления этих операций указаны пути дальнейшего развития и усовершенствования операционного аппарата языка тернарного описания.

2. Показаны пути применения языка тернарного описания к анализу определений, данных в других формальных языках. Особые преимущества предлагаемого языка состоят в том, что с его помощью может быть создана естественная типология проектов и, в конечном счете, разработаны формальные процедуры проектирования. Показано, что разработанный аппарат дает возможность оценивать степень определенности формальных выражений, и, следовательно, построения, описывающие проект.

3. Предложены критерии выразимости содержательных задач анализа производственных процессов в формальных языках различных типов. Для проверки соответствия того или иного формального аппарата содержательным задачам проектирования также используется язык тернарного описания.

ЛИТЕРАТУРА.

I. Лем Станислав. Сумма технологии. М., 1968.

2. Уемов А.И. Лингвистическая относительность и проблема специфического языка системного исследования. Научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, Тезисы докладов XXI Украинской Республиканской научно-технической конференции. Выпуск I. Киев, 1972.

3. Рапопорт А. Математические аспекты абстрактного анализа систем. "Исследования по общей теории систем". М., 1969.

4. Месарович М. Основание общей теории систем. "Общая теория систем". М., 1966.

5. Уемов А.И. Метод моделирования и системный анализ. Всесоюзная объединенная межвузовская конференция по физическому моделированию (УI) и кибернетики энергетических систем. (II) Баку, 1972.

6. Уемов А.И. К вопросу об определении понятия "система". "Некоторые теоретические вопросы коммунистического строительства в СССР". Одесса, 1967.

7. Клини С.К. Введение в математику. М., 1957.

8. Холл А.Д., Фейджин Р.Е. "Определение понятия системы. "Исследования по общей теории систем". М., 1969.

9. Уемов А.И. Основные принципы классификации систем. Материалы к симпозиуму по логике наук. Киев, 1956.

IO. Костюк В.Н. О некоторых способах формального анализа систем. "Проблемы формального анализа систем". М., 1968.

II. Дмитревская И.В. Структурная сложность текстов. Канд.диссерт. Одесса, 1967.

I2. Плесский Б.В. Методы упрощения систем знания и проблема сохранения информационной ценности знания при упрощении. Канд. диссерт. Одесса, 1969.

I3.Богданович В.И. Формальная типология системных параметров. Системный метод и современная наука. Выпуск I, Новосибирск, 1971

I4.Уемов А.И. Аналогия в современной технике. Канд.диссерт. М., 1952.

I5. Богданович В.И., Плесский Б.В., Уемов А.И. Автоматический учет корреляций между системными параметрами. "Проблемы формального анализа систем". М., 1968.

I6.Богданович В.И. К проблеме выявления логических связей между системными параметрами. Канд.диссерт. Одесса, 1969.

I7.Портнов Г.Я., Уемов А.И. Исследование зависимостей между системными параметрами с помощью ЭВМ. "Системные исследования". Ежегодник, 1971, М., 1972.

I8.Дмитревская И.В. О взаимоотношениях некоторых системных параметров. "Проблемы формального анализа систем". М., 1968.

I9.Перéймер С.И. Анализ свойств системообразующих отношений как способ установления связей между системными параметрами. Сб. "Системный метод и современная наука". Вып. П. Новосибирск, 1972.

20.Уемов А.И. Логические основы метода моделирования. М., 1971.

21.Цехмистро И.З. Диалектика множественного и единого. М., 1972.

22.Бриллюэн Э. Научная неопределенность и информация. М., 1966.

23.Кулик В.Т. Небулярные множества "Промышленная кибернетика". Научный совет по кибернетике АН УССР. Киев, 1971.

24.Уемов А.И. Об одном варианте логико-математического аппарата системного исследования. "Проблемы формального анализа систем". М., 1968.

25.Древнеиндийская философия. Начальный период. Изд. П. М., 1972.

26.Уемов А.И. Вещи, свойства и отношения. М., 1963.

27. L. Goddard. Mr. Rescher on random individuals. Analysis. Vol.18, No1. October 1958.

27a. N. Rescher. Can there be random individuals. Analysis. vol 18, No5. April 1958.

28.Уемов А.И. Выводы из понятий. Сб. "Логико-грамматические очерки" М., 1961.

29.Уемов А.И. Алгебраический подход к анализу одной категориальной системы. Тезисы докладов по алгебре, математической логике и вычислительной математике конференции педагогических вузов Центральной зоны РСФСР. Иваново, 1970.

30.Аристотель. Категории. М., 1939.

31.Уемов А.И. Аналогия в практике научного исследования. М., Изд. "Наука", 1970.

32.Уемов А.И., Цофнас А.Ю. Формальное выражение онтологических утверждений. "Философские науки", № 3, 1973.

33.Уемов А.И., Валенчик Р. Формальная типология знания и проблема его единства. Сб. "Философия и естествознание". М., 1973.

34.Уемов А.И. Антиномия лжеца и методы ее разрешения (в печати)

35.Уемов А.И. К проблеме определения понятия системы и системных параметров на языке тернарного описания. "Промышленная кибернетика", Киев, 1971.

36.Уемов А.И. Построение исчисления высказываний без принципа утверждения. Сб. "Неклассическая логика". М., 1970.

37.Уемов А.И. Элементарные ячейки и атрибутивные формы развития знания. Сб. "Проблемы исследования структуры научного знания". Новосибирск, 1970.

38.Уемов А.И. Формальные аспекты систематизации научного знания и процедур его развития (в печати) (см.также наст.отчет).

39.Букур И., Деляну А. Введение в теорию категорий и функторов "Мир", М., 1972.

40.Бурбаки Н. Теория множеств. "Мир", М., 1965.

41.Линдон Н. Заметки по логике, "Мир", М., 1968.

42.Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. "Мир", М., 1970.

43. K. Ajdukiewicz. O spojnosci syntuktycznei. Wiborpism. "Jezuk i poznanie" t1, Warszawa, 1960.

44. Roman Syszko. Kategorie syntaktyczne i denotacje wyrazeń w jezykach sformalizowanych. Rozprawy logiczne. Warszawa, 1964.

45. Bertalanffy L. An outline of General System Theory. The British Journal for the Philosophy of Sicnce. vol 1, 1960, N2.

46. Distefano J. J., Stubberund A. R., Williams J. J. Feedback and Countrol Systems. New York, 1967.

47.Анохин П.К. Теория функциональной системы "Успехи физиологических наук". 1970. т.I, № I.

48.Садовский В.Н. Методологические проблемы исследования объектов, представляющих собой систем. "Социология в СССР", т.I, М., 1965.

49.Уемов А.И. Системы и системные параметры. Сб. "Проблемы формального анализа систем". М., 1968.

50.Раннап Э.Р. Системный анализ изобретений. Научно-техническая информация. Серия 2. Информационные процессы и системы. 1972, № 6.

51.Шрейдер Ю.А. К определению системы. Там же.

52.Чавчанидзе В.В. Аналитические эвристики исскуственного интеллекта при формировании понятий, опознавании образов к классификации объектов. АН Груз. ССР. Институт кибернетики ДСП 2030-70 Тбилиси 1970.

53. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. "Information and Countrol".

vol. 8, 1965, N3, p. 330-353.

54. Гросс М., Лантен А., Теория формальных грамматик. М., "Мир", 1972.

55. Уемов А.И. Истина, простота, сложность. "Философские науки", № 4, 1974.